

Incidencia del efecto Yarkovsky en la evolución orbital de los autos espaciales

Nicolás Pan
Facultad de Ciencias
UDELAR
Montevideo, Uruguay
nicolaspn.op@gmail.com

Resumen—Mediante simulaciones numéricas estudiamos la importancia del efecto Yarkovsky (en sus dos versiones) en la evolución orbital del Tesla Roadster lanzado por SpaceX en 2018. Observamos como en periodos de tiempo en torno a 100 años la evolución del auto esta determinada, teniendo encuentros cercanos con los planetas terrestres. Dicha evolución vuelve aleatoria pasado ese periodo de tiempo, a esta escala los encuentros cercanos dominan la evolución. A largo plazo, pasados 20 millones de años, determinamos la vida media del auto, así como las probabilidades de choque con cada planeta del Sistema Solar, el Sol y otros destinos como la eyección del sistema tanto incluyendo el efecto Yarkovsky como no incluyéndolo. Mostramos cuales son las rutas dinámicas que siguen estos objetos para llegar a su destino. Si bien parece que la evolución esta dominada por los encuentros cercanos con los planetas, la gran influencia a largo plazo de fuerzas no gravitatorias toma importancia. Además logramos identificar las principales resonancias en las que puede caer el auto pasados varios millones de años.

I. INTRODUCCIÓN

El mundo cambió para siempre el día que Sir Isaac Newton publicó su famosa obra "Principios matemáticos de la filosofía natural"¹. Desde ese momento, los científicos se dieron cuenta de que el mundo que los rodeaba era predecible. La ciencia nunca volvió a ser la misma, los científicos de repente podían -con un conjunto de leyes matemáticas simples- explicar como funcionaban las cosas a su alrededor. Pasaron los años y las leyes de movimiento fueron aplicadas a infinidad de sistemas y la física clásica como la conocemos hoy en día fue tomando forma bajo un paradigma determinista, por el cual un sistema dinámico tendría su movimiento predeterminado por las ecuaciones que rigen su movimiento y por las condiciones iniciales del sistema. El éxito de la física clásica se debió a la universalidad de sus aplicaciones, con ella los científicos lograron entender desde los movimientos cotidianos hasta el movimiento de los planetas. Debemos mencionar en este punto que ya el mismo Newton se dio cuenta que esta manera de encarar ciertas situaciones era limitada, si intentaba resolver el movimiento de un sistema formado por 3 masas el problema resultaba irresoluble analíticamente. En palabras del propio Newton: "definir estos movimientos mediante leyes exactas que admitan el cálculo fácil excede, si no me equivoco, el poder de cualquier mente humana." Para algunas mentes el hecho de que no se pudiera explicar

la evolución orbital del propio sistema solar era un poco aterrador. Nace naturalmente preguntarse si el sistema en el que nuestro planeta para estar inmóvil es estable o no. Así, en el año 1885 el rey Oscar II de Suecia y Noruega propuso un desafío matemático con un premio económico. El desafío consistía en demostrar qué futuro le deparaba a la Tierra, si su órbita es estable en el sistema solar o en algún momento esta se escapa del sistema. Henri Poincaré fue el ganador del premio y descubrió algo muy interesante sobre este sistema, tal como Newton vio mas de 200 años atrás, el problema era demasiado complicado de resolver de forma cerrada pero logró demostrar que pequeños cambios en las condiciones iniciales producían evoluciones completamente distintas en el sistema. Esta fue la primera evidencia de un sistema caótico en la historia.

Con el tiempo otras teorías físicas fueron propuestas que explicaban mejor ciertos fenómenos donde la teoría clásica falla pero esto no quitó importancia a la misma. Un ejemplo claro son los cohetes, la idea básica para su propulsión surge de una aplicación directa de la tercera ley de Newton. Su nacimiento fue en un contexto bélico en el que científicos alemanes desarrollaron sistemas propulsores para extender su poder de ataque de forma eficaz. Al acabar la guerra muchos de estos científicos se fueron a Estados Unidos a proseguir su carrera como ingenieros pero ya no con fines bélicos, sino de exploración espacial. En un contexto de guerra fría la humanidad puso por primera vez humanos en la Luna, todo gracias a las antiguas leyes de movimiento que Newton pensó siglos atrás. Newton tenía razón acerca del problema gravitatorio de 3 cuerpos, ninguna mente humana es capaz de resolverlo, pero algo creo por ellas sí. En esta época nacieron las computadoras, lo que permitió encarar muchos problemas antes irresolubles mediante métodos analíticos mediante métodos numéricos, es decir, resolviendo las ecuaciones de movimiento de forma aproximada.

En la década de los 50 Edward Lorenz ², quien trabajaba en física atmosférica propuso un sistema de ecuaciones diferenciales para explicar la dinámica atmosférica. Se dio cuenta que su sistema de ecuaciones tenía un comportamiento particular, dados dos sistemas con condiciones iniciales muy similares pero distintas, su comportamiento al transcurrir el tiempo divergía completamente. Esto fue exactamente lo mismo que

¹5 de julio de 1687

²matemático y meteorólogo estadounidense

descubrió Poincare cuando trabajo con el problema gravitacional, solo que esta vez ya existían algunas computadoras primitivas que permitían hacer cálculos numéricos. Esto explicaba la dificultad para predecir eventos atmosféricos ya que sería necesario medidas muy precisas de las velocidades y temperaturas de las masas de aire para determinar correctamente qué fenómenos atmosféricos sucederían en el futuro. Esta sensibilidad a las condiciones iniciales de un sistema dinámico es ahora conocida como evolución caótica y muchos otros sistemas tienen este comportamiento, por ejemplo el circuito de Chua o el péndulo doble.

Esto nos lleva nuevamente al problema de 3 cuerpos que Newton no pudo resolver. De forma más general, el problema de N cuerpos tampoco lo es. Este debe ser tratado de forma numérica. Además es un sistema caótico, por lo que la determinación de las condiciones iniciales del sistema es clave para poder predecir su comportamiento futuro. El problema de los sistemas caóticos no se reduce simplemente a una medición extremadamente exacta de las condiciones iniciales debido a un factor importante en el resultado de una medida, la incertidumbre. Cada medida que hacemos nos da un rango en donde cae la medida real del sistema por lo que en los sistemas caóticos se hace imposible determinar con la exactitud necesaria las condiciones iniciales para que las soluciones no divergan.

Tanto la física como la exploración espacial continuaron avanzando. Luego de años de espera y varias programaciones, el 6 de febrero de 2018 la empresa Space X lanzó por primera vez su cohete Falcon Heavy a modo de demostración. De forma básica, el cohete consiste en 3 primeras etapas de Falcon 9 unidas para generar un mayor impulso que un cohete solo. El cohete contenía una carga de prueba poco convencional, un Tesla Roadster propiedad del CEO de la compañía. Dicha carga contenía 3 cámaras las cuales transmitieron a la Tierra imágenes espectaculares. En ese día histórico, no solamente lograron colocar en el espacio el primer auto espacial sino que también lograron aterrizar de forma exitosa dos de las tres primeras etapas del cohete de forma casi simultánea. Luego del último impulso el auto fue puesto en una órbita elíptica heliocéntrica similar a la de muchos asteroides cercanos a la tierra (NEAs). Normalmente la evolución orbital de estos cuerpos está determinada por encuentros cercanos con los planetas terrestres, con los cuales pueden pasar millones de años encontrándose hasta resultar en un choque con dichos planetas o con el Sol. Además luego de varios millones de años algunos de estos cuerpos pueden adquirir la suficiente energía para escapar del Sistema Solar interno y caer en resonancias con Júpiter.

Tal como fue mencionado por Hanno Rein et al. [1] la órbita del auto es un poco diferente a la de estos cuerpos ya que fue lanzado desde la Tierra por lo que es esperable que se den muchos más encuentros con la Tierra en los primeros cientos de miles de años hasta que su movimiento se vuelva aleatorio y similar al que tienen los NEAs. Además debemos considerar que la evolución orbital es afectada por fenómenos no gravitacionales como los efectos Yarkovsky y Yorp. En la

última década estos efectos han logrado de forma satisfactoria explicar la evolución orbital de algunos cuerpos. Por ejemplo, en un artículo de 2006 Bottke et al. [2] sugieren que estos efectos deben ser tenidos en cuenta para explicar diferencias entre el modelo clásico de la evolución orbital de asteroides y meteoritos y las observaciones experimentales. También se ha estudiado como el efecto Yarkovsky afecta a la probabilidad de colisión de algunos asteroides, véase D. Farnocchia et al [3].

I-A. Efecto Yarkovsky

Fue propuesto por el ingeniero civil ruso Ivan Osipovich Yarkovsky en 1901 como resultado de darse cuenta que el calentamiento térmico sobre los objetos que orbitan el Sol resulta en una fuerza pequeña pero constante que afecta el movimiento orbital de los objetos. Para entender este efecto debemos considerar 3 factores, la cantidad de movimiento que llevan los fotones de la radiación solar, la inercia térmica del cuerpo y el período de rotación del mismo. Un cuerpo que orbita al rededor del Sol absorbe a través de su superficie radiación electromagnética la cual no es re-emitida al espacio automáticamente siempre en cuando el cuerpo tenga cierta inercia térmica. Luego de cierto tiempo los fotones son re-emitidos lo que produce una fuerza en la dirección de la emisión. El hecho de que el cuerpo esté en rotación hace que el punto más caliente -y por tanto el que más emite- no sea el punto subsolar del cuerpo, sino que este esté corrido cierto ángulo dependiente de la velocidad de rotación.

El efecto Yarkovsky se puede dividir dos componentes, la componente diurna y la componente estacional. La componente diurna es máxima cuando el eje de rotación es perpendicular al plano orbital. Depende del sentido de rotación del cuerpo, si esta es progradada, es decir, en el sentido del movimiento orbital, la fuerza tiene el sentido del mismo. Esto genera un incremento en el semieje de la órbita. Por otro lado, si la rotación es retrógrada, la fuerza tiene una dirección contraria a la del movimiento resultando en una disminución del semieje³. La componente estacional del efecto es máxima cuando el eje de rotación del cuerpo está sobre el plano orbital, es producida por el calentamiento y enfriamiento estacional de los hemisferios Sur y Norte en el movimiento orbital del cuerpo. El resultado de esta componente no depende del sentido de rotación de cuerpo y es siempre una fuerza contraria al movimiento lo que hace que el semieje disminuya al transcurrir el tiempo. Mostramos cada componente del efecto en la Figura 1.

Existen modelos matemáticos para cuantificar el efecto según los parámetros mencionados además de la geometría y la órbita que siga el objeto. Tal como se muestra en Bottke et al. para un cuerpo circular de radio R en una órbita circular el promedio orbital del efecto de cada componente puede ser expresada como [4] [5] :

³Llamaremos efecto Yarkovsky positivo al asociado a la rotación progradada y negativo a la rotación retrógrada.

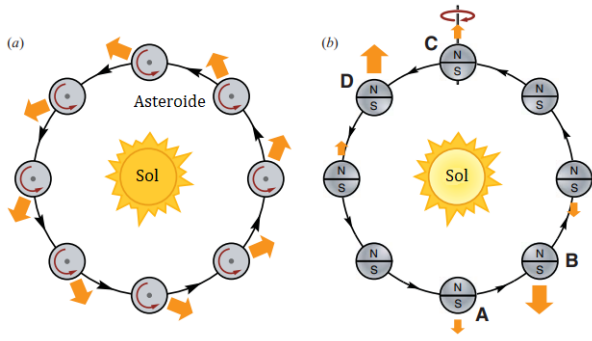


Figura 1: Esquema de las dos componentes del efecto Yarkovsky. En (a) mostramos la componente diurna con un movimiento progrado y eje de rotación perpendicular al plano orbital. Debido a la rotación del objeto y su inercia térmica, los fotones absorbidos tardan cierto tiempo en ser enviados nuevamente al espacio. Así, la fuerza generada por la ejección de fotones causa un aumento en el semieje orbital. En (b) vemos la componente estacional, con un eje de rotación contenido en el plano orbital. Los hemisferios del planeta se calientan de forma alternada, lo que causa una fuerza térmica cuyo resultado es una disminución del semieje. Si bien el punto donde la superficie recibe mas radiación directa del Sol ocurre en los puntos A y C, debido a la inercia térmica del cuerpo la fuerza máxima se da en B y D. Imagen de Bottke et al.

$$\frac{da}{dt}_{diurna} = \frac{-8\alpha\phi}{9} \frac{\phi}{n} F(R', \Theta) \cos(\gamma) \quad (1)$$

$$\frac{da}{dt}_{estacional} = \frac{4\alpha\phi}{9} \frac{\phi}{n} F(R', \Theta) \sin^2(\gamma) \quad (2)$$

donde $\alpha = 1 - A$ con A el albedo del cuerpo, $\phi = \frac{\pi R^2 F}{mc}$ donde F es el flujo de radiación solar a la distancia del objeto, n es el movimiento orbital medio y γ la oblicuidad. La función $F(R', \Theta)$ depende de $R' = \frac{R}{l_\nu}$ con $l_\nu = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho C \nu}}$ donde ν es la frecuencia, ρ la densidad superficial, κ la conductividad térmica superficial y C la capacidad calorífica de la superficie. Al parámetro l_ν de lo conoce como penetración térmica. $F(R', \Theta)$ también depende del parámetro térmico $\Theta = \frac{\Gamma \sqrt{l_\nu}}{\epsilon \sigma T_*^3}$ donde la inercia térmica superficial $\Gamma = \sqrt{\kappa \rho C}$, ϵ la emisividad térmica, σ la constante de Stefan-Boltzmann y T_* la temperatura del punto sub-solar, la cual cumple $\epsilon \sigma T_*^4 = \alpha F$. Así, si $R \gg l_\nu$ la función $F(R', \Theta)$ toma la forma:

$$F(R', \Theta) = \frac{-0,5\Theta}{1 + \Theta + 0,5\Theta^2}. \quad (3)$$

Para este modelo simple podemos ver algunas dependencias claras del efecto Yarkovsky⁴. Resaltamos dos factores que son de especial relevancia en el caso del Tesla Roadster: la oblicuidad y la conductividad térmica superficial. Vemos como la componente estacional siempre produce un decrecimiento en el semieje ya que las funciones F son siempre negativas. La dependencia angular de cada componente nos muestra lo mencionado anteriormente, si $\gamma = 0$ (eje de rotación perpendicular al plano orbital) la componente diurna se hace máxima mientras que la estacional desaparece, mientras que lo contrario sucede para $\gamma = \frac{\pi}{2}$. Además, la conductividad

térmica es de relativa importancia en este caso debido a la diferencia de composición entre el auto y los asteroides.

I-B. Efecto YORP

El término YORP fue introducido en el año 2000 por el geofísico estadounidense David P. Rubincam como referencia a 4 importantes científicos que trabajaron detrás del efecto de la radiación solar sobre la evolución orbital de los cuerpos, Yarkovsky - O'Keefe - Radzievskii - Paddack.

Es otro efecto causado por radiación solar. La fuerza que ejercen tanto los fotones que se reflejan sobre la superficie de los cuerpos como los fotones re-emitidos causando el efecto Yarkovsky causan un torque. Estos torques afectan a la rotación del cuerpo. El efecto neto es un cambio tanto en la oblicuidad como en la velocidad de rotación del cuerpo. Ambos efectos resultan directamente en un cambio del efecto Yarkovsky lo que dificulta en gran medida observar el efecto global en la evolución orbital.

Existen modelos matemáticos para cuantificar este efecto pero debido a su complejidad no los aplicamos en este trabajo. Debido a la gran importancia que tiene la geometría de cada objeto en la cuantificación de la relación entre los dos efectos mencionados se debe hacer un análisis particular según cada objeto, integrando numéricamente sobre la superficie del cuerpo a trabajar para obtener estimaciones correctas. Aunque este sería un estudio interesante, escapa los objetivos de nuestro trabajo.

Así, el objetivo de este trabajo es analizar la evolución orbital del Tesla Roadster a corto y largo plazo y determinar si el efecto Yarkovsky juega un rol importante en el mismo, viendo cómo el destino del auto cambia según el sentido de rotación. Debido al caos presente en el problema de N cuerpos, se deben tratar los posibles resultados mediante un enfoque probabilístico. Así, se calcularán las probabilidades de colisión con los planetas y el Sol, así como las probabilidades de tener otros destinos que no sean colisiones. Buscaremos qué rutas dinámicas que siguen los cuerpos para tener dichos destinos. Por último buscaremos posibles resonancias en las cuales podría caer el auto y veremos la importancia del efecto Yarkovsky en la estabilidad de dichas resonancias. Todo esto mediante simulaciones computacionales que detallamos en la sección siguiente.

II. MÉTODOS

Tal como explicamos en la sección anterior, conlleva un gran esfuerzo cuantificar el efecto que tiene Yarkovsky en la evolución orbital de un objeto en particular. Rein et al. modelaron en su artículo al conjunto del Tesla y la segunda etapa del cohete (a la cual el auto está sujeto) como un cilindro de 4 m y longitud 15 m. Asumiendo algunos valores para parámetros físicos dados los materiales de construcción determinaron un valor de 0.05 ua Myr^{-1} para el cambio en el semieje de la órbita. Este es el valor que utilizamos para nuestras simulaciones.

Utilizamos el integrador numérico EVORB [6]. Este es un

⁴Para mas detalle, leer Bottke et al.

integrador simplectico basado en método de Encke[7]. Dado un sistema de N cuerpos como el solar, es decir, una masa central y otros cuerpos menores que producen perturbaciones, no es necesario integrar numéricamente todas las aceleraciones. Esto es debido a que podemos dividir a la misma en una componente de aceleración generada por el Sol (cuya solución analítica es conocida) y sumarle perturbaciones generadas por los otros cuerpos.

Cabe aclarar que el integrador no trabaja con orbitas hiperbólicas, si un objeto alcanza una orbita de este tipo el programa elimina al cuerpo. El programa computa encuentros entre partículas y los planetas a menos de 3 radios de Hill.

Para nuestras integraciones se ignora a Mercurio debido a razones de eficiencia al momento de usar el integrador pues el paso de integración debe ser del orden de $\frac{T}{40}$.⁵ Esto nos permitió usar un paso de integración mas grande que el que hubiera sido necesario utilizar con dicho planeta incluido en las simulaciones. Además de la poca masa de este planeta -comparado con la de los otros planetas- en Rein et al. reportaron que el Tesla prácticamente no tiene encuentros con dicho planeta por lo que ignorarlo es una buena forma de mejorar la eficiencia del programa sin variar los resultados de forma considerable. Como contrapartida se le impuso al programa que elimine cuerpos con órbitas con semieje menor a 0,3 ua ya que el paso de integración es demasiado grande para integrar su evolución correctamente.

El tiempo total de las integraciones numéricas varió desde 500 años hasta 20 millones de años. En una primera instancia, hicimos integraciones precisas por cortos períodos de tiempo y luego las integraciones mas largas pero menos precisas. Las condiciones iniciales utilizadas se muestran en la tabla I en la cual se indica el rango incertidumbres de cada medida. Dichos elementos orbitales corresponden al 12 de febrero de 2018⁶. Dentro del rango de incertidumbre indicado se generaron combinaciones de condiciones iniciales aleatorias para obtener clones del auto y así lograr un estudio estadístico de los fenómenos observados. Claro está que en la realidad la orbita del auto esta perfectamente determinada pero nuestros aparatos de medición no son exactos por lo que debido a la naturaleza caótica del sistema debemos restringirnos a dicho estudio estadístico.

Elemento orbital	Simbolo	Valor	Incertidumbre
Semieje mayor	a	1.324858	0.000019
Excentricidad	e	0.255959	0.000011
Inclinación	i	1.076851 °	0.000041°
Nodo ascendente	Ω	317.037560 °	0.000080 °
Argumento del perihelio	ω	177.579240 °	0.000058 °
Anomalía Media	M	268.15295 °	0.00060 °

Tabla I: En esta tabla mostramos los elementos orbital del auto el 12 de febrero de 2018. En el rango de incertidumbres mostrado se generaron los clones utilizados para las simulaciones[8]

⁵T menor período orbital de los objetos en la simulación.

⁶2459125.5297712 en tiempo Juliano

Calculamos las probabilidades de choque con los planetas utilizando dos métodos, uno un poco mas sofisticado que el otro. El primer método consiste simplemente en dividir la cantidad de colisiones con un planeta entre el numero de clones en la simulación. Este fue el único método utilizado para calcular la probabilidad de colisión con el Sol.

El otro método hace uso del hecho que los encuentros que tienen los clones a distancia D con algún planeta son un proceso estocástico, si graficamos el numero de encuentros a distancia menor que D contra D^2 observamos una relación lineal de la cual podemos extrapolar el tiempo medio de colisión con cada planeta y así, la probabilidad de colisión. Para ello, observamos cuántos encuentros ocurren a una distancia menor a una distancia crítica llamada parámetro de impacto de colisión (σ_c), dado por [9] :

$$\sigma_c = R \sqrt{1 + \frac{v_{esc}^2}{v_\infty^2}} \quad (4)$$

donde R es el radio del planeta, v_{esc} es la velocidad de escape en la superficie del planeta y v_∞ la velocidad que el cuerpo tiene justo antes de comenzar el encuentro con el planeta. A partir de las gráficas lineales que mencionamos podemos calcular la probabilidad de choque P como:

$$P = \frac{\sigma_c^2 N}{D^2 n} \quad (5)$$

en donde N es el número de encuentros a distancia menor o igual a D^2 y n es el número medio de la población sobreviviente. Cabe aclarar que P es la probabilidad de colisión en la escala de tiempo que realizamos la integración, en este caso 20 millones de años. La probabilidad por año seria $\frac{P}{T}$.⁷ El inverso de este numero es el tiempo medio de colisión con el planeta (δ). Este método un poco mas rebuscado sirve para dar una segunda manera de calcular las probabilidades de colisión con los planetas, además al trabajar con números mas grandes los resultados son mas firmes estadísticamente.

Los resultados presentados en este artículo provienen de 6 simulaciones numéricas. Para estudiar la evolución orbital del auto a corto plazo se realizaron 3 simulaciones de 500 años con 50 clones. En los integradores donde se utiliza el método de Encke es recomendable utilizar paso de integración del orden de $\frac{1}{40}$ del menor período orbital utilizado, así utilizamos un paso de 0.01 años. Una de las simulaciones fue sin tener en cuenta el efecto Yarkovsky y las otras dos con efecto Yarkovsky negativo y positivo. Para estudiar la evolución orbital a largo plazo también se realizaron 3 simulaciones en las mismas condiciones pero utilizando 400 clones durante 20 millones de años.

III. RESULTADOS

III-A. Evolución a corto plazo

Como mencionamos en las secciones introductorias en un sistema de N cuerpos el movimiento de los componentes es

⁷ τ tiempo máximo de la simulación

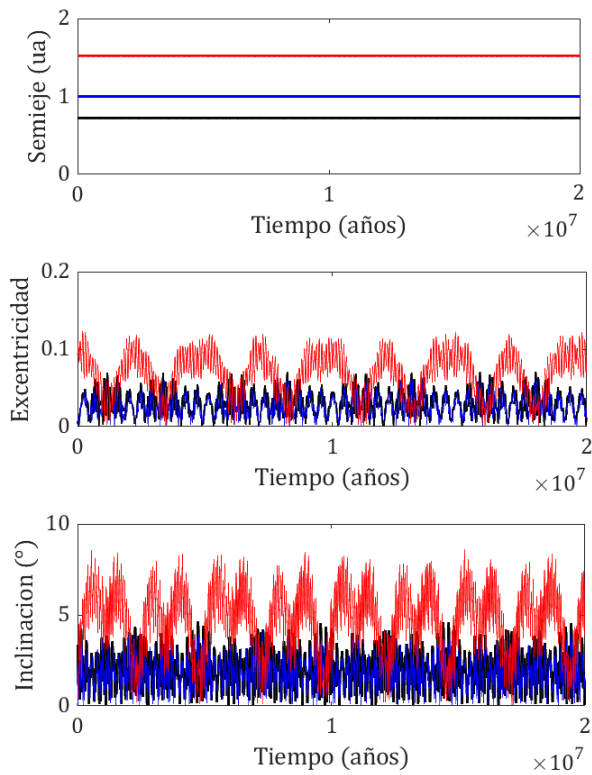


Figura 2: Gráficas del semieje mayor, excentricidad e inclinación de las orbitas de los planetas Venus(negro), Tierra(azul) y Marte(rojo) en el período de tiempo máximo que duraron las integraciones que realizamos.

caótico. No debemos preocuparnos por la estabilidad del sistema solar ya que el tiempo máximo de nuestras simulaciones (20 millones de años) el sistema solar tiene un comportamiento de caos estable. Tal como mostramos en la figura 2 el sistema solar no se desarma en dicho período de tiempo.

Solamente mostramos las gráficas para los planetas terrestres pero ocurre lo mismo para todos los planetas del sistema solar. La evolución que obtuvimos se puede corroborar con otras publicaciones y los resultados coinciden. El hecho de que existan oscilaciones en la excentricidad y la inclinación se debe a las perturbaciones que se generan los planetas entre sí, debido a la gran masa de los planetas las perturbaciones no son suficientes para causar grandes movimientos en sus orbitas. Sin embargo, los repetidos encuentros cercanos con el auto dominan su evolución orbital. Dicha evolución es extremadamente sensible a las condiciones iniciales. Para verlo observamos los resultados obtenidos de una simulación que realizamos con 50 clones por 500 años sin considerar el efecto Yarkovsky. Luego de 100 años vemos como la trayectoria del auto se vuelve completamente aleatoria. Mostramos en la figura 3 para 10 autos las gráficas del semieje mayor de las órbitas. Durante los primeros 100 años las orbitas de todos los clones coinciden hasta que en determinado momento divergen. Lo mismo sucede para los demás elementos orbitales.

En este punto nos preguntamos si la inclusión del efecto Yarkovsky varía de forma significativa el comportamiento

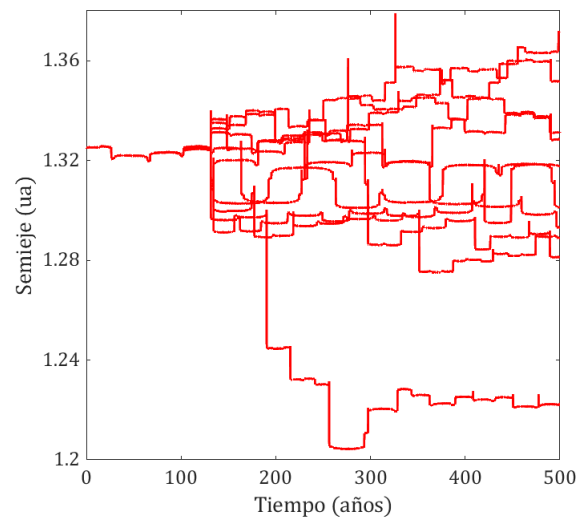


Figura 3: Evolución temporal del semieje orbital para 10 clones. Se nota claramente como después de los 100 primeros años lo evolución se hace aleatorio y por lo tanto impredecible. Los cambios bruscos representan encuentros cercanos con los planetas.

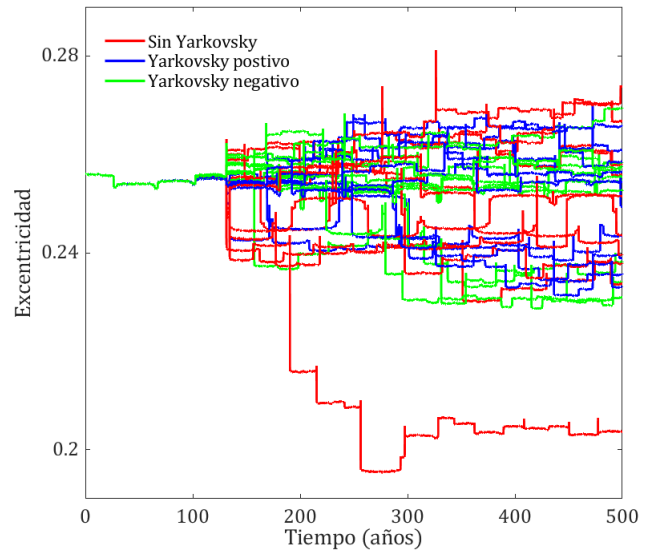


Figura 4: Evolución temporal de la excentricidad de la orbita, observamos que la inclusión del efecto Yarkovsky en la simulación no cambia el resultado de la misma, la predictibilidad del futuro del sistema se sigue perdiendo en torno a los 100 años.

de los clones. Tanto en el caso del auto rotando de forma prograda como retrógrada no observamos ninguna diferencia en la evolución orbital del auto a corto plazo. Los resultados de esto los mostramos en la figura 4.

Todos los clones muestran un encuentro cercano con Marte a los 14.6 años luego del inicio de la simulación. Así, los siguientes encuentros que va a tener el planeta son perfectamente previsible pero luego de los 100 años ya no tenemos idea. Aunque el efecto Yarkovsky no causa grandes efectos a corto plazo, veremos como a largo plazo si juega un papel importante en el destino del auto.

III-B. Evolución a largo plazo

Ya vimos que rápidamente los elementos orbitales se vuelven aleatorios, así uno podría sentirse desanimado a poder decir algo sobre la dinámica del auto. A partir de aquí utilizaremos probabilidades para describir los posibles destinos del auto. El destino del auto cambia totalmente si consideramos el efecto Yarkovsky o no, y en particular de si este es negativo o positivo.

Existen varios posibles destinos para el auto, enumeramos algunos de ellos los cuales iremos discutiendo a lo largo de esta sección: *I* Colisión con algún planeta *II* Colisión con el Sol *III* Quedarse con una órbita similar a los NEAs, teniendo repetidos encuentros con los distintos planetas terrestres *IV* ser capturado como satélite temporario de un planeta *V* Mantenerse en una determinada órbita debido a alguna de las tantas resonancias en el sistema solar, etc.

Además de los destinos ya mencionados debemos aclarar 2 mas. Primero, que el auto adquiera una órbita heliocéntrica hiperbólica -lo llamaremos eyección-. Segundo, que el auto adquiera una órbita heliocéntrica de semieje menor a 0,3 ua -lo llamaremos sumidero interior-. Recordemos que esta condición se la impusimos al integrador para poder utilizar pasos de integración mas grandes. No entraremos en mas detalle sobre el futuro de la dinámica del auto en estas situaciones ya que esto escapa los objetivos del trabajo aunque seria interesante estudiar qué sucede en esas situaciones ya que serán estadísticamente significantes estos destinos.

En 20 millones de años determinamos que la probabilidad de que el auto sobreviva es de 43,4%, 48,4% y 18,6% considerando la evolución sin efecto Yarko., Yarko. positivo y Yarko. negativo respectivamente. Vemos claramente como la probabilidad de que el auto sobreviva disminuye drásticamente si el efecto es negativo. Sin embargo, esto es en parte artificial debido a la condición de eliminación que comentamos anteriormente. En principio esto podría deberse a la disminución constante del semieje de la órbita, así el auto termina chocando con el Sol o teniendo un acercamiento. Podemos ver cómo evoluciona el número de clones 'vivos' en la figura 5.

Cabe destacar que los autos sobrevivientes mostrados en la figura 5 corresponden a autos que colisionaron, autos que fueron eyectados del sistema solar y autos que se acercaron demasiado al Sol y fueron eliminados por el programa. También debemos mencionar que se obtiene esta gráfica suponiendo un efecto Yarkovsky constante a lo largo del tiempo. Un modelo mas realista debería incluir cómo dicho efecto cambia en el tiempo debido a colisiones y efectos no gravitacionales como el efecto Yorp. Vemos que el número de clones sobrevivientes decae exponencialmente en los casos que consideramos Yarkovsky positivo y en el caso que no lo consideramos. El comportamiento con efecto negativo parece ser mas lineal, esto podría explicarse con que a medida que pasa el tiempo la evolución de dicha población es controlada por el sumidero interno impuesto en la simulación. También nos permite ver rápidamente que la inclusión o no del efecto Yarkovsky cambia

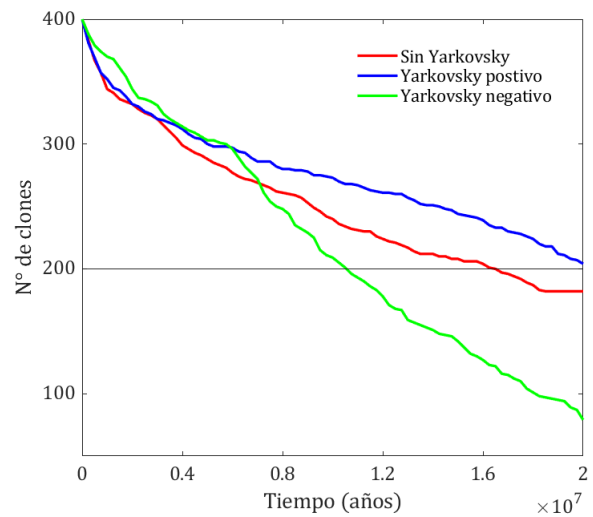


Figura 5: Evolución del número de clones que sobreviven en 3 simulaciones, incluyendo y no el efecto Yarkovsky. Observamos claramente como la media vida del auto varía según que simulación sea. Esta es máxima con la variante positiva y mínima con a variante negativa.

drásticamente la media vida del Tesla, es decir, el tiempo en que la cantidad de clones baja a la mitad del número inicial. Así, estimamos valores de $1,06 \times 10^7$ Ma, $1,65 \times 10^7$ Ma y $2,04 \times 10^7$ Ma para la vida media del auto con la variante negativa del efecto, la positiva y sin el efecto respectivamente. Antes de analizar las probabilidades de cada destino es importante mencionar como cambia el número de encuentros con cada planeta ya que esto tiene una relación directa con la probabilidad de choque. Tal como esperábamos, el numero de encuentros cercanos con la Tierra es inmensamente superior en el primer millón de años, esto se debe a que el cuerpo fue lanzado desde el planeta. También son frecuentes los encuentros con Venus y Marte durante los dos primeros millones de años aunque son un número 20 veces menor al numero de encuentros con la Tierra. Por otro lado, los encuentros con los planetas gaseosos ocurren después. No ocurre ninguno en el primer millón de años, durante el segundo millón de años comienzan los encuentros con Júpiter y los encuentros con los demás planetas no ocurren hasta casi pasados tres millones de años. Presentamos la evolución del numero de encuentro y por lo tanto la probabilidad de choque con los planetas y el Sol en la gráfica 6. Cabe aclarar que estos valores valen para la simulación sin considerar el efecto Yarkovsky, considerándolo cambian los valores temporales de cuando suceden los encuentros con los planetas pero no el orden en que se dan. Por esto sumado al hecho de que la evolución mostrada en la figura 5 no sea lineal, nos hace ver que la probabilidad de choque con los planetas no es un valor constante en el tiempo. Observamos que las colisiones con los planetas pueden ocurrir a partir de los mil años. Las primeras colisiones ocurren con la Tierra y Venus durante el primer millón de años aunque en el caso de Yarko. positivo incluso pueden ocurrir colisiones con el Sol y Marte aunque

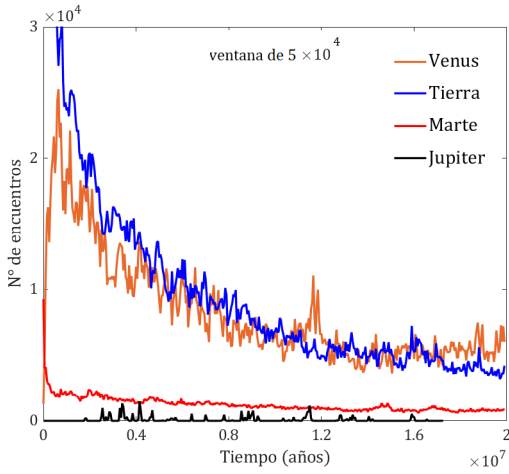


Figura 6: Evolución del número de encuentros con Venus, la Tierra, Marte y Júpiter. Con los restantes planetas gaseosos el número de encuentros es casi insignificante a esta escala y fueron ignorados. Tal como esperábamos, el número de encuentros con la Tierra disminuye a medida que la órbita se aleatoriza debido a los encuentros cercanos con los planetas. Esto nos indica como evoluciona la probabilidad de colisión con cada planeta en el tiempo.

Probabilidad de	Sin Yarkovsky	Yarkovsky +	Yarkovsky -
Colisión con Venus	18.5 %	9.5 %	14.3 %
Colisión con la Tierra	20 %	15.3 %	16.5 %
Colisión con Marte	0.5 %	1.3 %	0.5 %
Colisión con Júpiter	0.25 %	0 %	0 %
Colisión con Saturno	0 %	0 %	0 %
Colisión con Urano	0 %	0 %	0 %
Colisión con Neptuno	0 %	0 %	0 %
Colisión con el Sol	11 %	20 %	6.6 %
Eyección	2.8 %	2.5 %	1.3 %
Sumidero interior	3.5 %	3 %	42.5 %
Total	56.6 %	51.6 %	81.4 %

Tabla II: Resumen de las probabilidades de que el auto termine en cada destino pasados 20 millones de años, incluyendo ambas variantes del efecto Yarkovsky en la simulación. Las probabilidades que aparecen esta tabla corresponden al primer método explicado en la sección II.

con baja probabilidad. Las colisiones con el Sol son las mas fuertemente afectadas por la inclusión del efecto Yarko. o no. Mas adelante daremos una explicación a esto y mostraremos cómo son las rutas dinámicas que siguen los planetas para acabar en sus destinos.

En la tabla II mostramos las probabilidades de que el auto termine en cada destino luego de pasados 20 millones de años considerando y no el efecto Yarkovsky.

En la tabla II se resume el destino del auto, vemos que pasados 20 millones de años el destino de colisión mas probable para el auto es la Tierra a menos que el efecto Yarkovsky sea positivo, en ese caso el astro con el que es mas probable la colisión es el Sol. También podemos ver que colisiones con planetas del sistema solar externo no ocurren en esta escala temporal. Debemos resaltar la alta probabilidad

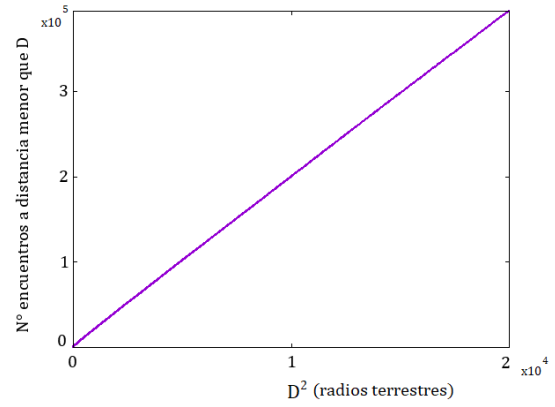


Figura 7: Gráfica de numero de encuentros a distancia menor que D en función del cuadrado de D para los encuentros con la Tierra tras 20 millones de años. Dado que la relación es lineal podemos extrapolar fácilmente cuántos encuentros ocurren a distancia menor que σ_c y por lo tanto, colisionan con el planeta.

Probabilidad de	Sin Y.	Y. +	Y. -	δ (años)	σ_c (R_p)
Col. Venus	18.5 %	8.3 %	25.8 %	$1,08 \times 10^8$	1.3
Col. Tierra	20.8 %	11.6 %	21.6 %	$9,62 \times 10^7$	1.6
Col. Marte	0.5 %	0.6 %	0.5 %	$4,32 \times 10^9$	1.1
Col. Júpiter	0.1 %	0.1 %	0.01 %	$2,88 \times 10^{10}$	7.5
Col. Saturno	1.1 %	0 %	0 %	$1,88 \times 10^9$	8.9
Col. Urano	0 %	0 %	0 %	$6,17 \times 10^{10}$	7.2
Col. Neptuno	0 %	0 %	0 %	$8,64 \times 10^{12}$	11.9

Tabla III: Probabilidades de colisión con los distintos planetas del sistema solar extrapoladas de la relación lineal mostrada en la figura 7. El tiempo medio de colisión δ que aparece en la tabla corresponde a la simulación sin efecto Yarkovsky. Obtuvimos el mismo valor para el parámetro de colisión σ_c en las 3 simulaciones. Este parámetro esta en radios planetarios (R_p) del planeta que corresponda.

de choque con el Sol considerando la variante positiva del efecto. Por otro lado, casi la mitad de los clones se acercan demasiado al Sol y son eliminados por el programa al caer en lo que llamamos sumidero interior. Cabe resaltar que estas eliminaciones no corresponden a colisiones con el Sol.

También podemos calcular la probabilidad de colisión con los planetas utilizando el otro método, en la figura 7 vemos como efectivamente se cumple que la cantidad de encuentros a distancia menor a D crece linealmente con el cuadrado de D . La gráfica que mostramos en la figura 7 corresponde a los encuentros con la Tierra. Esta relación de linealidad se cumple para todos los planetas. Para calcular el parámetro de impacto de colisión promediamos la velocidad al infinito de todos los encuentros por cada planeta, dichos valores no difirieron entre las 3 simulaciones, los valores obtenidos se muestran en la tabla III. Así calculamos la probabilidad de choque utilizando la ecuación 5. Además de poder calcular la probabilidad de choque, podemos calcular de manera sencilla el tiempo medio de colisión (δ) con cada planeta tal como explicamos en la sección II. Presentamos estos resultados en la tabla III

Estos resultados están en concordancia con las probabilidades calculadas anteriormente. Las diferencias mas grandes las vemos en las grandes probabilidades de choque con Venus y la Tierra considerando la variante negativa del efecto Yarkovsky. Que dichas probabilidades sean tan grandes tiene sentido ya que la disminución constante del semieje causa que el objeto tenga mas encuentros con estos planetas. Vemos que el orden de magnitud de tiempo medio de colisión con cada planeta difiere enormemente. Debemos aclarar que dichos tiempos medios de colisión son válidos pasados los 20 millones de años ya que este también es un valor que cambia con el tiempo.

III-C. Rutas dinámicas

Intentaremos ver en más detalle qué ruta dinámica lleva al auto a sus destinos mas probables, es decir, cual es el mecanismo físico o cuáles son los eventos que causan que el auto termine en cada destino. Quedará totalmente clara la importancia del efecto Yarkovsky y daremos explicaciones a los resultados hallados en la sección anterior. Utilizaremos para esta discusión los resultados que mostramos en la tabla II.

A grandes razgos, en las simulaciones con efecto Yarkovsky positivo vemos que el auto tiende a alejarse del sistema solar interno rápidamente, mientras que este comportamiento es extremadamente raro si consideramos la variante negativa del efecto. En este caso, el auto se mantiene teniendo encuentros de manera muy frecuente con Venus y la Tierra lo que explica el gran numero de colisiones con estos planetas. Además, al tener una disminución constante en su semieje orbital llega un momento en el cual estos clones se acercan demasiado al Sol. Para entender mas detalladamente qué sucede en este región deberíamos incluir a Mercurio en nuestras simulaciones, utilizar un programa que no elimine los cuerpos al acercarse tanto al Sol y achicar el paso de integración de modo de seguir la recomendación del modelo de Encke. También deberían ser necesarios ajustes relativistas a esta escala así como considerar fuerzas que no incluimos en nuestro modelo. Sin embargo, la probabilidad de que algún cuerpo alcance una órbita hiperbólica en estas condiciones no es cero.

Mostramos en la figura 8 un ejemplo de cómo esto puede suceder, el cuerpo se encuentra orbitando el sistema solar interno hasta que un encuentro muy cercano con la Tierra le da suficiente energía para enviarlo a una órbita en la cual tiene repetidos encuentros con Júpiter y algunos con Saturno y Urano hasta que uno de ellos le da la energía suficiente para escaparse del sistema. El mismo camino siguen los cuerpos que adquieren orbitas hiperbólicas en las simulaciones sin Yarko. y con la variante positiva. Que las probabilidades sean similares significa que no existe ningún mecanismo que lleve al auto a alcanzar dichas orbitas relacionado con la fuerza no gravitatoria, es pura consecuencia de una serie de encuentros fortuitos.

El hecho de que la probabilidades de colisión con la Tierra sea un poco mayor en el caso sin efecto Yarkovsky se debe a algo mencionado anteriormente. La probabilidad de colisión con la Tierra es muy grande durante el primer millón de años debido a la órbita inicial que tiene el cuerpo, luego de

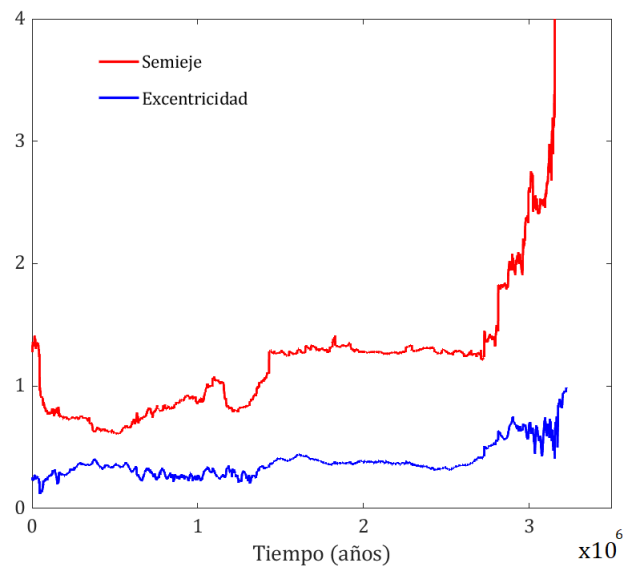


Figura 8: Gráfica de la evolución temporal del semieje y la excentricidad de un clon que alcanza una órbita hiperbólica en una simulación con la variante negativa del efecto Yarkovsky. El auto pasa unos millones de años orbitando el sistema solar interno hasta que un encuentro con uno de los planetas lo lleva al sistema solar exterior donde tiene encuentros con Júpiter, Urano y Neptuno hasta que uno de dichos encuentros le da energía suficiente para escaparse del sistema solar.

repetidos encuentros con la Tierra y Venus -en los cuales puede ocurrir una colisión- el cuerpo aleatoriza su trayectoria lo que causa una disminución en el numero de encuentros y por lo tanto, en la probabilidad de choque con este planeta. Así, mientras mas tiempo le tome al Tesla aleatorizar su trayectoria, mas grande es la probabilidad de choque con dicho planeta. Considerar Yarko. en cualquiera de sus variantes ayuda a que la órbita se aparte más rápidamente de esta órbita inicial que sin considerarlo lo que en definitiva se traduce en una menor probabilidad de choque.

Otro resultado interesante es observar cómo los objetos terminan colisionando con el Sol. Todos los objetos que tienen este destino adquieren una órbita de muy alta excentricidad antes de chocar. Existe un mecanismo mas interesante detrás de la alta probabilidad de choque con el Sol en el caso de la variante positiva. Como ya hemos mencionado en repetidas ocasiones, este efecto causa que los clones dejen el sistema solar interno en mayor medida que si no lo consideramos, esto debido a la variación suave que genera la fuerza no gravitatoria. El hecho de que los clones se acerquen tanto a Júpiter causa que muchos de estos caigan en fuertes resonancias con dicho planeta. Esto quiere decir que existe una relación simple entre los períodos de las orbitas de los planetas. Podemos ver estas resonancias graficando el numero de veces que un cuerpo adquiere una órbita de semieje a . Mostramos los resultados en la figura 9.

Vemos que existen grandes acumulaciones de cuerpos para algunos valores del semieje. En la figura 9 podemos ver que muchos clones terminan siendo coorbitales de los planetas terrestres, es decir, objetos que están en una resonancia 1:1 con el planeta. Si estos objetos se encuentran en la misma

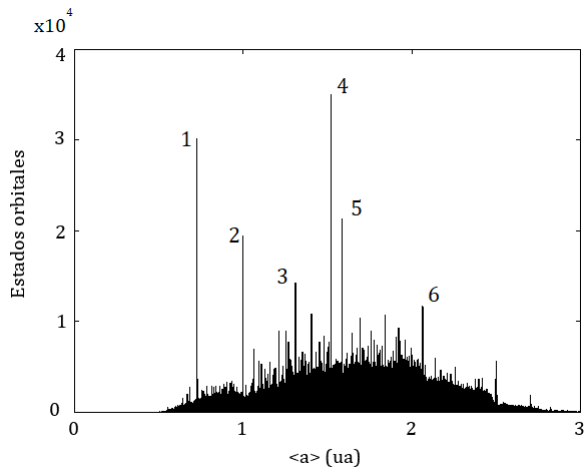


Figura 9: Gráfica de cantidad de estados orbitales que adquieren una órbita de semieje $\langle a \rangle$. Bins de 1×10^{-3} ua. Vemos fuertes concentraciones para algunos valores de semieje. Podemos identificar dichos picos, algunos ejemplos: (1) Resonancia 1:1 con Venus, es decir, los autos quedan como troyanos o cuasisatélites de este planeta (2) Resonancia 1:1 con la Tierra (3) Resonancia 2:3 con la Tierra (4) Resonancia 1:1 con Marte (5) Resonancia 1:2 con la Tierra (6) Resonancia 4:1 con Júpiter.

órbita que el planeta pero oscilando en torno a un punto 60° más adelante o más atrás, es decir, están ubicados en los famosos puntos L4 y L5 de Lagrange[10] se les llama troyanos. También puede suceder que los cuerpos coorbitales se comporten como cuasisatélites del planeta. Cuando un cuerpo cae en una resonancia tan fuerte -como son algunas jovianas- el valor del semieje queda prácticamente clavado en torno a un valor fijo. En la figura 10 podemos observar que le sucede a los elementos orbitales cuando el cuerpo cae en una de estas resonancias, en este caso la resonancia 4:1 con Júpiter[11].

De esta manera, la respuesta orbital cambia. Luego de que el semieje orbital queda fijo debido a la resonancia aparece otro efecto que es en definitiva el causante del aumento de la excentricidad del objeto y que lo lleva a su destino final con el Sol. Estas son las resonancias seculares, es decir, que existe una sincronización entre la variación espacial de las órbitas. Así vemos que existen varios tipos de resonancia que afectan de manera distinta a la excentricidad del objeto. En la figura 10 vemos que la excentricidad tiene dos movimientos claros, uno causado por la resonancia orbital que causa la oscilación pequeña y la secular que termina llevando al objeto a colisionar con el Sol. Este mecanismo es el mismo que lleva cuerpos del cinturón de asteroides a órbitas más excéntricas, de los cuales algunos terminan colisionando con la Tierra. Los meteoritos que encontramos en la superficie terrestre provenientes de esa zona del sistema solar llegaron hasta aquí por ese mecanismo. Buscamos si algún objeto logra alcanzar inclinaciones altas pero esto no es común. Si bien la teoría secular predice que los objetos no pueden superar los 90° de inclinación suponiendo que no hay encuentros cercanos con los planetas, observamos que algún objeto si alcanza valores apenas superando los 100° pero no más de eso. Esto es debido a un encuentro cercano

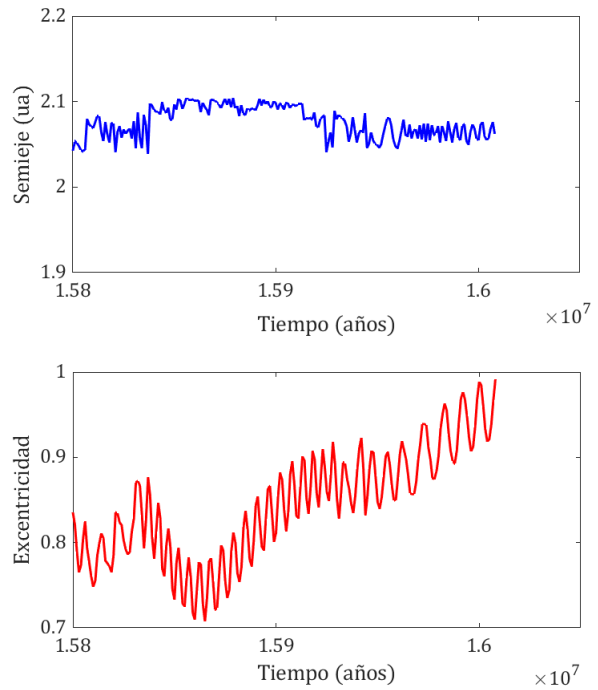


Figura 10: Evolución temporal del semieje y la excentricidad de la órbita de un objeto en una resonancia con Júpiter. El semieje queda con una pequeña oscilación en torno a un valor fijo debido a la resonancia 4:1 con Júpiter mientras que la excentricidad crece por una resonancia secular, resultando en una colisión con el Sol.

con algún planeta.

IV. CONCLUSIONES

Logramos estudiar la evolución a corto y largo plazo de auto Tesla mediante simulaciones numéricas incluyendo -y no- el efecto Yarkovsky tanto en su versión positiva como en su versión negativa. Encontramos que tal como se esperaba la evolución orbital del cuerpo

Logramos estudiar la evolución a corto y largo plazo de auto Tesla mediante simulaciones numéricas incluyendo -y no- el efecto Yarkovsky tanto en su versión positiva como en su versión negativa. Encontramos que tal como se esperaba la evolución orbital del cuerpo es caótica. Mas allá de los 100 años es imposible con las medidas que tenemos de los parámetros orbitales decir cómo será la órbita del auto en un futuro.

Por otro lado, la evolución del auto a largo plazo tiene muchos destinos posibles. Encontramos que la vida media del auto es casi dos veces más grande considerando el efecto Yarko. positivo que con el negativo. También confirmamos, tal como se esperaba, que el número de encuentros con la Tierra es muy grande en el primer millón de años para luego ir bajando a medida que la órbita se aleatoriza debido a los encuentros cercanos con los planetas. Los encuentros con los planetas gaseosos no ocurren hasta después del primer millón de años. Dado que la evolución es caótica calculamos las probabilidades de choque con los planetas -con dos métodos-

y el Sol. Esto nos mostró que la inclusión del efecto Yarkovsky toma gran importancia ya que aumenta considerablemente la probabilidad de choque con algunos destinos como el Sol.

También mostramos las rutas que siguen los clones para llegar a algunos de sus destinos. Para alcanzar un escape hiperbólico vimos que primero el cuerpo debe adquirir suficiente energía con un encuentro cercano con un planeta terrestre para lograr alcanzar el Sistema Solar externo y así, en un encuentro cercano con algún planeta gaseoso alcanzar la velocidad de escape del Sistema Solar. También determinamos que los cuerpos caen en fuertes resonancias, convirtiéndose en coorbitales de los planetas. En la simulación con efecto Yarkovsky positivo observamos que existe una tendencia en los autos a alcanzar el sistema solar externo. Algunos de estos autos caen en resonancias como la 4:1 con Júpiter. Al caer en dicha resonancia vimos que entra un segundo efecto resonante conocido como resonancia secular que aumenta la excentricidad de la órbita. Esto explica cómo los clones terminan colisionando con el Sol.

Sería de gran interés para futuros estudios ver que sucede con el auto al caer en el sumidero interior, realizando integraciones más precisas e incluyendo a Mercurio y otros efectos. También sería interesante estudiar las características de los clones coorbitales con los planetas, determinar si estos son troyanos o cuasisatélites de los planetas, así como estudiar la estabilidad de estos destinos. Seguramente un modelo más realista del auto permitiría determinar de mejor forma el cambio de semieje orbital, así como incluir la influencia del efecto Yarp en el efecto Yarkovsky. También es posible modelar cómo cambia la rotación debido a colisiones.

Resumiendo, dadas las características físicas del auto espacial la magnitud del efecto Yarkovsky es grande. Vimos que determinar bajo cuál versión del efecto está el cuerpo es de vital importancia si queremos saber con exactitud su futuro. Esto demuestra nuevamente la importancia de que los modelos de evolución orbital contemplen este efecto a largo plazo, especialmente para asteroides con una inercia térmica importante. El hecho de que el tiempo de choque medio del Tesla con la Tierra sea del orden de casi 100 Millones de años nos lleva a la que parece ser la conclusión más importante, no debemos preocuparnos por que nos caiga un auto espacial en la cabeza por mucho tiempo.

REFERENCIAS

- [1] Hanno Rein, Daniel Tamayo y David Vokrouhlický. "The Random Walk of Cars and Their Collision Probabilities with Planets". En: *Aerospace (Basel)* 5 (feb. de 2018). DOI: 10.3390/aerospace5020057.
- [2] William F. Bottke y col. "THE YARKOVSKY AND YORP EFFECTS: Implications for Asteroid Dynamics". En: *Annual Review of Earth and Planetary Sciences* 34.1 (2006), págs. 157-191. DOI: 10.1146/annurev.earth.34.031405.125154.
- [3] D. Farnocchia y col. "Yarkovsky-driven impact risk analysis for asteroid (99942) Apophis". En: *Icarus* 224.1 (2013), págs. 192-200. ISSN: 0019-1035. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.icarus.2013.02.020>. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019103513000821>.
- [4] D. Vokrouhlický, A. Milani y S. Chesley. "Yarkovsky Effect on Small Near-Earth Asteroids: Mathematical Formulation and Examples". En: *Icarus* 148 (jun. de 2000), págs. 118-138. DOI: 10.1006/icar.2000.6469.
- [5] D. Vokrouhlický y col. "The Yarkovsky and YORP Effects". En: *Asteroids IV* (2015). DOI: 10.2458/azu_uapress_9780816532131-ch027. URL: http://dx.doi.org/10.2458/azu_uapress_9780816532131-ch027.
- [6] Julio A. Fernández, Tabaré Gallardo y Adrián Brunini. "Are There Many Inactive Jupiter-Family Comets among the Near-Earth Asteroid Population?" En: *Icarus* 159.2 (2002), págs. 358-368. ISSN: 0019-1035. DOI: <https://doi.org/10.1006/icar.2002.6903>. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019103502969034>.
- [7] Tabaré Gallardo. "Exploring the orbital evolution of planetary systems". En: *European Journal of Physics* 38.3 (feb. de 2017), pág. 035002. DOI: 10.1088/1361-6404/aa5e0c.
- [8] Jet propulsion laboratory. *Horizons system*. URL: <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi>.
- [9] Tabaré Gallardo. "Notas de ciencias planetarias para estudiantes de ciencias físicas". En: 2020. URL: <http://www.fisica.edu.uy/~gallardo/notasCPTG.pdf>.
- [10] John M. A. Danby. *Fundamentals of celestial mechanics*. 1992.
- [11] Tabaré Gallardo. "Atlas of the mean motion resonances in the Solar System". En: *Icarus* 184 (sep. de 2006), págs. 29-38. DOI: 10.1016/j.icarus.2006.04.001.