



UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA
FACULTAD DE CIENCIAS
INSTITUTO DE FÍSICA
DEPARTAMENTO DE ASTRONOMÍA



INICIACIÓN A LA INVESTIGACIÓN

Nueva calibración de la luminosidad de estrellas RR Lyrae en el óptico

Autor:
Jorge Ibañez

Tutor:
Dra. Cecilia Mateu

8 de agosto de 2023

Resumen

Las estrellas RR Lyrae son una de las estrellas variables más utilizadas para el cálculo de distancias a poblaciones de edad avanzada, ya que son excelentes estándares de luminosidad. Como alternativa a las calibraciones de la luminosidad en función de la metalicidad y/o el período, nuestro objetivo fue calibrar un nuevo método de cálculo de la luminosidad en función del corrimiento en período y en función del corrimiento en período y la metalicidad utilizando observaciones de la misión Gaia, con el fin de corregir los efectos sistemáticos que introduce la evolución fuera de la Rama Horizontal de Edad Cero (ZAHB) en la calibración tradicional como función de la metalicidad. Para ello, necesitamos primero realizar una calibración en el diagrama de Bailey del corrimiento en período. Convencionalmente se definió como un ajuste de mínimos cuadrados sobre las RR Lyrae tipo OoI. En este trabajo mostraremos que, dicha forma de definirlo no fue la que mejor resultados arrojó, sino que recalculando el locus minimizando la desviación estándar de los residuos en el ajuste $M_G - \Delta \log P$, mostró un mejor desempeño. El ajuste de corrimiento en período que se encontró no fue sobre las RR Lyrae de tipo OoI, sino que en una zona intermedia entre las OoI y OoII, zona que tradicionalmente se nombró “gap” de Oostehoff. Finalmente corroboramos el desempeño de nuestras calibraciones evaluando el error porcentual en el cálculo de la distancia a cúmulos globulares. Obtuvimos que nuestra nueva calibración de la luminosidad en función del corrimiento en período mostró un mejor desempeño en comparación con la tradicional, un error relativo en el cálculo de la distancia de 2.70% comparado con un 3.3% y la calibración en función del corrimiento en período y metalicidad con un error de 2.32% fue el que mejor resultados obtuvo.

Índice

1. Introducción	2
1.1. Fundamento teórico	2
1.1.1. Estrellas RR Lyrae	2
1.1.2. Tipos de RR Lyrae	3
1.1.3. Tipo de Oosterhoff	4
1.1.4. RR Lyrae como estándares de luminosidad	6
1.2. Evolución post-ZAHB	7
1.2.1. Corrimiento en período	7
1.2.2. Cúmulo Globular M3 como ejemplo ilustrativo	8
1.3. Objetivo	9
2. Procedimiento	10
2.1. Gaia DR3	10
2.2. Catálogo Muraveva et al.	11
2.2.1. Cálculo de magnitudes absolutas	12
2.3. Ajuste M_G -[Fe/H]	12
2.4. Ajuste M_G - $\Delta \log P$	13
2.4.1. Corrimiento en período sobre tipo OoI	13
2.4.2. M_G - $\Delta \log P$ como ajuste sobre OoI	14
2.4.3. Redefinición del corrimiento en período $\Delta \log P$	14
2.5. M_G - $\Delta \log P$ -[Fe/H]	15
2.5.1. Locus $\Delta \log P$ para ajuste en dos variables	17
3. Análisis y resultados	18
3.1. Comparación de la calibración clásica M_G -[Fe/H] con la nueva M_G - $\Delta \log P$	19
3.1.1. Desempeño del ajuste M_G - $\Delta \log P$ para distintos $\Delta \log P$	20
3.2. Comparación de la calibración clásica M_G - [Fe/H] con la nueva M_G - $\Delta \log P$ - [Fe/H]	22
3.3. Comparación de la calibración M_G - $\Delta \log P$, M_G - $\Delta \log P$ -[Fe/H] y M_G -[Fe/H]	23
4. Conclusiones	27
4.1. Incertidumbres	28

Capítulo 1

Introducción

Las estrellas RR Lyrae son excelentes estándares de luminosidad, una importante herramienta que nos permite medir distancias a los sistemas en donde se encuentran, los cuales debido a la edad de las RR Lyrae, poseen una edad avanzada. Las calibraciones tradicionales de la luminosidad como función de la metalicidad y/o el período introducen un error sistemático al ignorar efectos evolutivos. Este trabajo está dirigido a explorar el desempeño de una nueva calibración de la luminosidad de las estrellas RR Lyrae en el óptico que permita corregir dichos errores.

1.1. Fundamento teórico

1.1.1. Estrellas RR Lyrae

Las estrellas RR Lyrae (RRL) son gigantes pulsantes que se encuentran en la rama horizontal (HB), dentro de la franja de inestabilidad y están en la etapa evolutiva de quema de Helio en el núcleo. El período de pulsación radial varía desde 0.2 a 1.2 días, poseen amplitudes de luz desde 0.2 a 2.0 magnitudes en V, son poco masivas, desde 0.6 a 0.8 M_{\odot} , poseen radios desde 4 a 6 R_{\odot} y son pobres en metales, $0 > [\text{Fe}/\text{H}] > -2.5$ (Smith, 1995). Por estas características se encuentran, en general, en poblaciones de edad avanzada (> 10 Gaños ¹ Catelan & Smith 2014), por lo que las observamos en distintas componentes de la galaxia; en el halo, bulbo, disco grueso y en cúmulos globulares. Podemos ver en la Figura 1.1 la ubicación en el diagrama Color-Magnitud, en la rama horizontal, dentro de la zona de inestabilidad. Son excelentes estándares de luminosidad ya que permiten medir la distancia a los sistemas en los que se encuentran. Por lo tanto, son una importante herramienta en la medición de distancias precisas a poblaciones estelares antiguas y distantes, convirtiéndolas en uno de los pocos trazadores estelares abundantes con un pequeño error relativo en distancia ($\sim 5\%$) (Clementini et al., 2022).

¹1 Gaño = 10^9 años

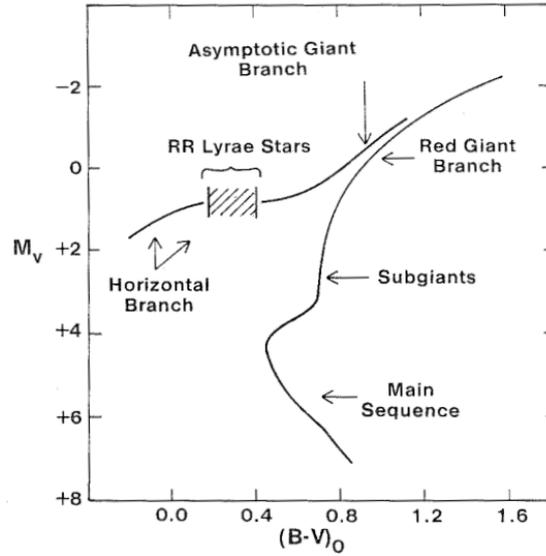


Figura 1.1: Ubicación de las estrellas RR Lyrae en el diagrama color magnitud. Smith (1995)

1.1.2. Tipos de RR Lyrae

Bailey S.I. (1902) dividió, en base a la curva de luz en el diagrama período-amplitud, a las RR Lyrae en tres subclases, a, b y c, conocidos como “tipos de Bailey”. Schwarzschild M. (1940) propuso que las estrellas tipo a y b pulsan en el modo fundamental, mientras que las c pulsan en el primer modo excitado. Se llama entonces RRab y RRc a las estrellas RR Lyrae según su modo de pulsación (Catelan & Smith, 2014). Vemos en la Figura 1.2 la curva de luz típica en distintos filtros. Las RRab poseen mayor período de pulsación, llegando hasta ~ 0.9 días, mientras que para las RRc hasta ~ 0.5 días. La amplitud también es mayor en las RRab respecto a las RRc en los diferentes filtros. Por último, la forma de la curva de luz es diferente, siendo más sinusoidal la RRc y similar a las curvas tipo diente de sierra las RRab. La mayoría de las RR Lyrae encontradas son tipo ab (64.58%), seguidas del tipo c (34.68%) y por último las tipo d (0.74%), que pulsan simultáneamente en el modo fundamental y en el primer modo excitado (Clementini et al., 2022).

La Figura 1.3 muestra que las variables RRab y RRc tienen ubicaciones distintas en el diagrama de período-amplitud. Se aprecia cómo la dependencia entre la amplitud y el período se aplatina a medida que pasa a longitudes de onda infrarrojas donde las estrellas tienen amplitudes cada vez más pequeñas.

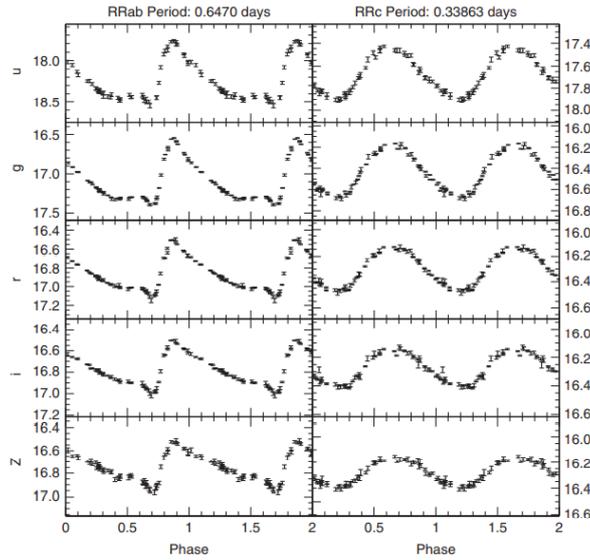


Figura 1.2: Curva de luz para RRab y RRc en distintos filtros. [Catelan & Smith \(2014\)](#)

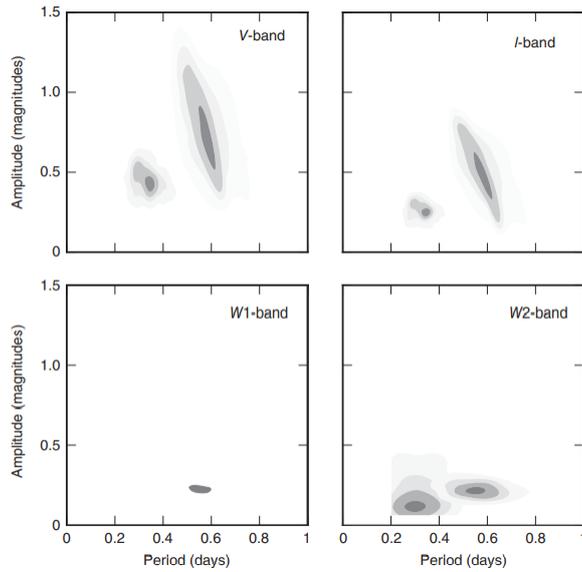


Figura 1.3: Diagrama período amplitud para estrellas RRab ($P > 0.4$ d) y RRc ($P < 0.4$ d) en las bandas W1 ($3.4 \mu\text{m}$), W2 ($4.6 \mu\text{m}$), I y V. Tomado de [Catelan & Smith \(2014\)](#).

1.1.3. Tipo de Oosterhoff

[Oosterhoff P.T. \(1939\)](#) dividió a los cúmulos en dos grupos dependiendo del período y metalicidad media de las RRab del mismo, ahora conocidos como tipo de Oosterhoff. Podemos ver la Figura 1.4, que los de menor período de pulsación son los llamados tipo de Oosterhoff I (OoI) y los de mayor los tipo II (OoII). Se conoce ahora que dicha separación depende de la metalicidad y el estadio evolutivo de la estrella, siendo las más metálicas las OoI. Los cúmulos globulares con valores de período muy grandes y ricos en metales, son llamados Oosterhoff tipo III (OoIII). Se puede ver en la distribución de los cúmulos una discontinuidad conocida como “gap de Oosterhoff”. Ahora sabemos que no existe dicha brecha, es en realidad un continuo en el cual, dependiendo de la edad y metalicidad de cúmulo, puede o no estar poblada dicha zona. Vemos en la Figura 1.4, a la izquierda el “gap” en la población

de RR Lyrae en cúmulos globulares y a la derecha la población de galaxias enanas en las que el gap no se observa.

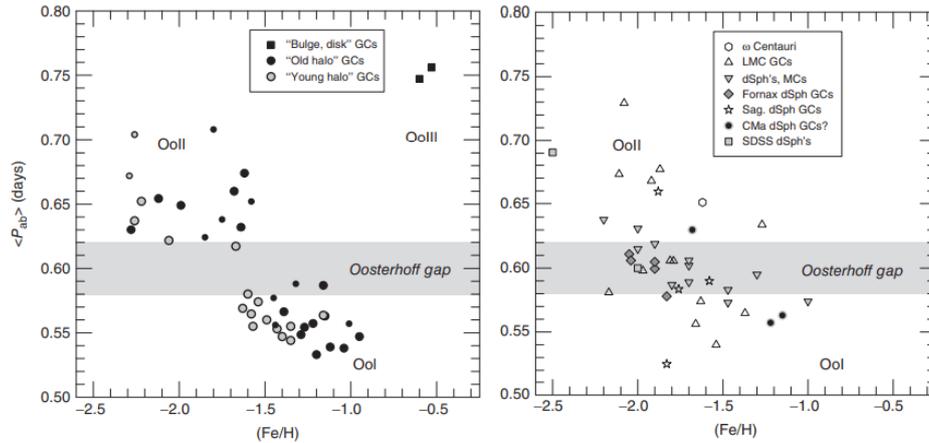


Figura 1.4: Período medio de estrellas RRab frente a sus $[Fe/H]$ para cúmulos globulares de la Vía Láctea a la izquierda. Los dos cúmulos abultados inusuales de Oosterhoff III son NGC 6388 y NGC 6441. A la derecha período medio de estrellas RRab frente a $[Fe/H]$ para galaxias esferoidales enanas, las Nubes de Magallanes y sus cúmulos globulares. [Catelan & Smith \(2014\)](#)

Si bien históricamente se separaron los cúmulos según el tipo Oosterhoff, se puede separar a las RR Lyrae individualmente como OoI y OoII. Así se estudiará en adelante dicha separación, la cual podemos observar en la Figura 1.5, en donde según su tipo de Oosterhoff ocuparán ubicaciones diferentes en el diagrama período-amplitud. Notamos entonces que, en promedio, las RR Lyrae tipo OoII tienen un período mayor que las tipo OoI. [Sandage \(1981\)](#) propuso que cuanto mayor es el período de una RR Lyrae, mayor luminosidad posee. Tenemos entonces que las RRab tipo OoII poseen una mayor luminosidad que las tipo OoI.

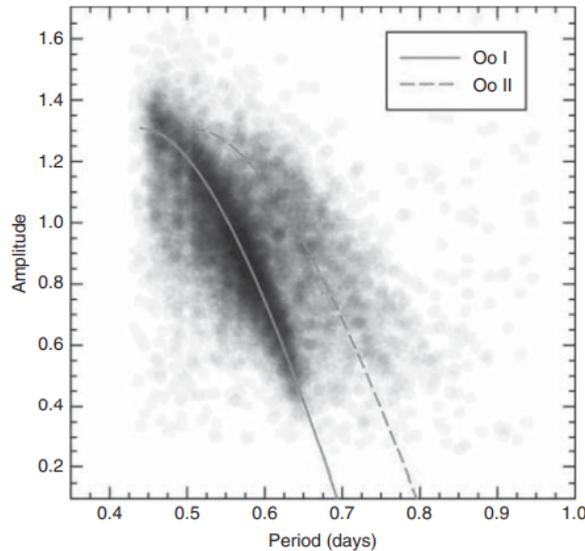


Figura 1.5: Diagrama de período-amplitud para estrellas RRab en el campo galáctico. Las líneas continuas y discontinuas son representativas de las estrellas RR Lyrae de tipo ab en los cúmulos globulares Oosterhoff tipo I y Oosterhoff tipo II. [Catelan & Smith \(2014\)](#)

1.1.4. RR Lyrae como estándares de luminosidad

Las estrellas RR Lyrae son objetos importantes para medir distancias a sistemas que contienen población de edad avanzada. Como estándares de luminosidad, a partir de parámetros observables, en este caso, la metalicidad y el período (y la amplitud como veremos adelante para nuestro nuevo método), podemos conocer su magnitud absoluta. Conocida ésta, la distancia se puede calcular fácilmente a partir de la medida de su brillo aparente. Además, las RR Lyrae tienen la ventaja de que se encuentran en la etapa HB de la evolución. En la banda fotométrica V, las RR Lyrae que se encuentran en dicha región tienen aproximadamente la misma magnitud visual aparente, sin embargo, en otras bandas distintas de V, la magnitud depende del período. Esto se aprecia en la Figura 1.6 para el cúmulo globular Reticulum asociado con la Gran Nube de Magallanes, a medida que avanzamos hacia longitudes de onda infrarrojas.

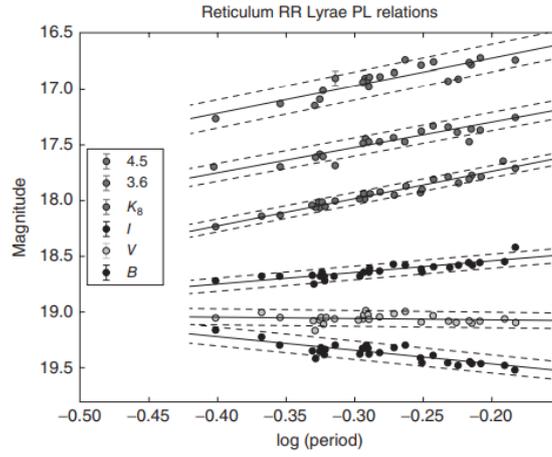


Figura 1.6: Magnitud aparente en función del período de las estrellas RR Lyrae en el cúmulo globular Reticulum para diferentes filtros con longitudes de onda creciente (de B a K_B a 4.5 micras). [Catelan & Smith \(2014\)](#)

A una metalicidad dada existe una relación período-luminosidad (PL) lineal, como ilustra la Figura 1.6, en la que dependiendo de la banda en que se esté estudiando la pendiente del ajuste será menor o mayor. Diversos estudios, tanto teóricos como empíricos (e.g. [Gaia Collaboration et al. 2017](#); [Marconi et al. 2015](#)), sugieren que la relación luminosidad-período también depende de la metalicidad, conocida como relación período-luminosidad-metalicidad (PLZ), que expresada en términos de la magnitud absoluta, tiene la siguiente forma general:

$$M = a + b[\text{Fe}/\text{H}] + c \log(P) \quad (1.1)$$

En bandas ópticas como V (o la banda G de Gaia) la dependencia de la magnitud absoluta con el período es casi nula, como se puede ver la Figura 1.6. Así, en estas bandas, la relación PLZ se reduce a una relación luminosidad-metalicidad $M - [\text{Fe}/\text{H}]$ de la forma

$$M = a + b[\text{Fe}/\text{H}] \quad (1.2)$$

Los trabajos de [Muraveva et al. \(2018\)](#) y [Garofalo et al. \(2022\)](#) reportan las calibraciones más recientes de esta relación haciendo uso de las medidas más precisas de paralaje disponibles para un gran número de estrellas RR Lyrae, ofrecidas por la misión Gaia ([Gaia Collaboration et al., 2018](#)). La Figura 1.7 ilustra la relación $M_G - [\text{Fe}/\text{H}]$ para 160 estrellas RR Lyrae, obtenida por [Muraveva et al. \(2018\)](#).

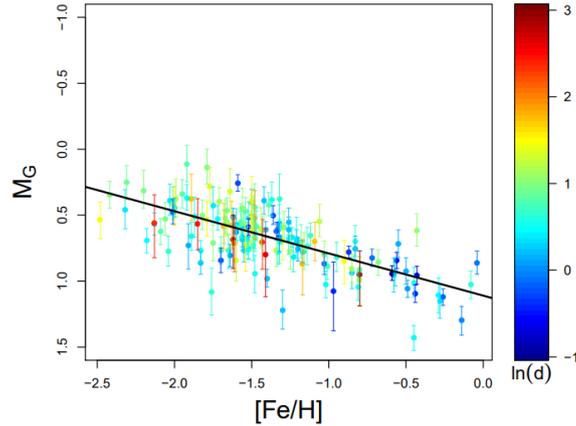


Figura 1.7: Relación $M_G - [Fe/H]$ definida por 160 RR Lyrae. La escala de colores codifica el logaritmo (natural) de la distancia inferida (verdadera) medida en unidades de kpc. Tomado de [Muraveva et al. \(2018\)](#),

1.2. Evolución post-ZAHB

Una RR Lyrae empieza su etapa de quemado de Helio en la rama horizontal de edad cero (ZAHB, por sus siglas en inglés), en donde pasa la mayor parte del tiempo. Luego evoluciona siguiendo trayectorias ascendentes en el CMD, camino hacia la rama asintótica de las gigantes, aumentando su luminosidad hasta el punto en el que abandona la franja de inestabilidad y deja de catalogarse como una RR Lyrae. Esta etapa es la llamada post-ZAHB, tiene una duración mucho menor que la ZAHB, en cúmulos globulares se observa una fracción de estrellas RR Lyrae en esta etapa de $\sim 20\%$ (e.g. en M3, [Jurcsik et al. 2012](#)). Vimos también métodos para calcular distancias, basados en la ZAHB, para los cuales en función de la metalicidad y/o el período, podemos obtener una relación con la cual inferimos su magnitud absoluta y, por lo tanto, la distancia en la que se encuentra. La relación en magnitud absoluta-metalicidad tiene como desventaja el hecho que no es fácil calcular la metalicidad de una estrella. No se tiene un catálogo de metalicidades tan amplio y preciso como se tiene de otras propiedades como el período o amplitud, con las que calcularemos nuestra nueva calibración.

Como las calibraciones anteriormente mencionadas se basan en la ZAHB y sólo consideran la metalicidad, despreciando la evolución post-ZAHB, al estudiar las estrellas post-ZAHB se introduce un error sistemático en el cálculo de su magnitud absoluta, sobrestimándola, lo que tiene como consecuencia una subestimación de la distancia. Para encontrar una solución a dicho error sistemático, tenemos que introducir antes un parámetro que nos ayudará a diferenciar entre una estrella ubicada en ZAHB y una post-ZAHB.

1.2.1. Corrimiento en período

[Sandage \(1982\)](#) mostró que un mejor parámetro para la clasificación de Oosterhoff es la medición de la diferencia de períodos, a amplitud constante, entre el promedio de las RRab del cúmulo globular M3 (el cual se toma como referencia ya que es el que posee mayor cantidad de RRL) y el observado, en el diagrama período-amplitud. Se define así al corrimiento en período como

$$\Delta \log P = \alpha Amp + \beta - \log P \quad (1.3)$$

En donde P es el período, Amp es la amplitud de oscilación en la correspondiente banda y α y β constantes. El parámetro $\Delta \log P$ se fija desde las OoI, negativo hacia las OoII. Actualmente se sabe que dicha relación se ajusta mejor de forma cuadrática (e.g. [Cacciari et al. 2005](#); [Drake et al. 2013](#)). Vemos en la Figura 1.8, los ajustes lineales desde las tipo OoI y OoII, además del ajuste cuadrático desde las OoI. Tenemos entonces que las tipo OoI tienen un $\Delta \log P \sim 0$ y las OoII $\Delta \log P < 0$.

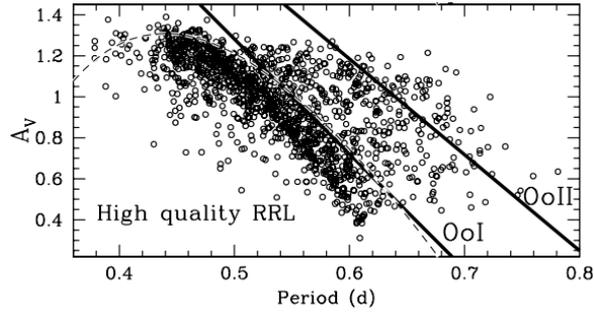


Figura 1.8: Ajuste lineal y cuadrático sobre las tipo OoI y OoII. [Kunder & Chaboyer \(2009\)](#)

[Clement & Shelton \(1999\)](#) presentaron evidencia de que el tipo de Oosterhoff es función de su estado evolutivo. [Kunder & Chaboyer \(2009\)](#) indican que incertidumbres de hasta 0.2 mag en magnitud absoluta pueden aparecer por no considerar un término que contenga la relación período-amplitud y que un ajuste cuadrático $M_V - [\text{Fe}/\text{H}]$ no es capaz de corregir este efecto. Además, indican que las diferencias en la etapa evolutiva de las tipo OoI y OoII se traducen en diferencia en la luminosidad. Esta discrepancia en luminosidad, si no es corregida, se traducirá como hemos explicado en una subestimación sistemática de la distancia. Por último, obtuvieron la Figura 1.9 la cual relaciona la luminosidad y $\Delta \log P$ para 36 estrellas RRab locales.

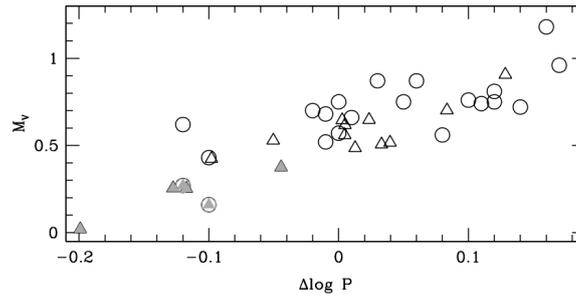


Figura 1.9: Relación luminosidad- $\Delta \log P$ para 36 RRab locales. [Kunder & Chaboyer \(2009\)](#)

1.2.2. Cúmulo Globular M3 como ejemplo ilustrativo

El cúmulo globular M3 es actualmente, el que contiene mayor cantidad de RR Lyrae conocido. Tiene una edad aproximada de 11 Gaños, por lo que podemos observar a la HB, además de la rama asintótica de las gigantes. Lo utilizaremos como ejemplo para ilustrar el error sistemático introducido al no tener en cuenta la evolución post-ZAHB. Observamos en la Figura 1.10 a la izquierda, el diagrama color magnitud para dicho cúmulo. Centrándonos en la rama horizontal, observamos y resaltamos en azul a las RR Lyrae. Ahora seleccionamos a las RR Lyrae que se ubican por arriba de la ZAHB. Podemos observar en la Figura 1.10 que hay un “gap” entre estas dos. Estas estrellas están evolucionando hacia la rama asintótica de las gigantes y como vimos, se puede observar en el diagrama período amplitud. Observamos en M3 una clara distinción entre las ZAHB y post-ZAHB. Vemos que las ZAHB son tipo de OoI según el criterio de clasificación en la posición del diagrama período amplitud, ya que se ubican sobre la curva $\Delta \log P \sim 0$. Las post-ZAHB son tipo OoII.

Podemos ver en la Sección 3.2 como afecta al cálculo de la distancia el efecto evolutivo señalado en la Figura siguiente, recordando que las Post-ZAHB son OoII y ZAHB OoI.

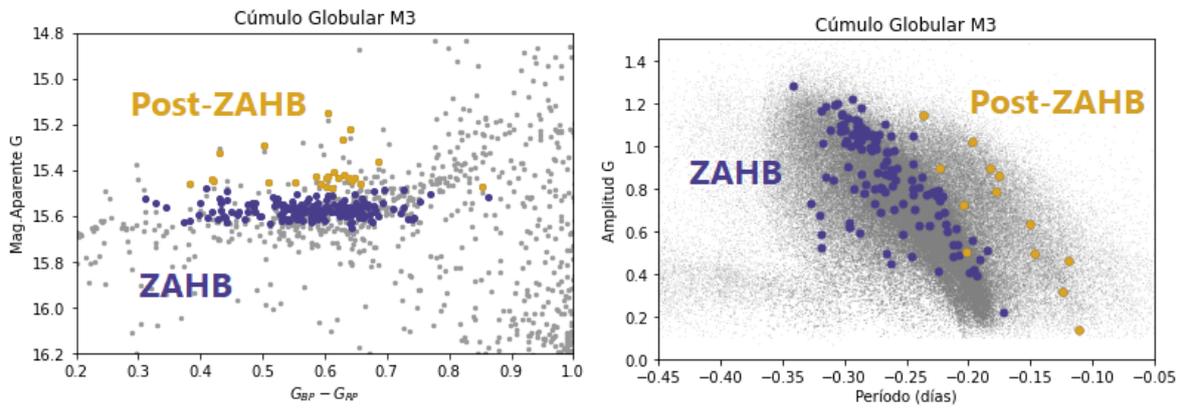


Figura 1.10: CMD de M3 a la izquierda. En gris tenemos la totalidad de las estrellas del cúmulo, en azul a las ZAHB y naranja las post-ZAHB. Las estrellas que se encuentran dentro de la zona de inestabilidad, pero vemos en gris se debe a que no se catalogaron como RR Lyrae. A la derecha, en el diagrama período-amplitud, las RR Lyrae seleccionadas en el CMD de la izquierda y en gris a la totalidad de las RRab de Gaia DR3.

1.3. Objetivo

En base a lo visto anteriormente, el objetivo general del presente trabajo consiste en utilizar el método de corrimiento en período para corregir el error sistemático en la estimación de la magnitud absoluta introducido por el efecto evolutivo post-ZAHB para las estrellas RRab. A continuación, se detallan los objetivos específicos.

Objetivos específicos

- Utilizando el catálogo DR3 de RR Lyrae de la misión Gaia seleccionar un conjunto de estrellas con medidas precisas de paralaje para calcular sus magnitudes absolutas.
- Calibrar la relación período-amplitud para el cálculo del corrimiento en período en la banda G para las estrellas RR Lyrae tipo ab.
- Calibrar la magnitud absoluta en función del corrimiento en período y en función del corrimiento en período y metalicidad.
- Evaluar el desempeño de la nueva calibración en comparación con la calibración clásica en función de la metalicidad mediante el cálculo de distancia a cúmulos.

Capítulo 2

Procedimiento

2.1. Gaia DR3

Gaia es una misión espacial de la Agencia Espacial Europea que proporciona astrometría, fotometría y espectroscopía de más de 1000 millones de estrellas en la Vía Láctea. Está monitoreando la esfera celeste desde el 25 de julio de 2014 hasta la actualidad, siendo Gaia DR3 la última publicación de datos. Gaia recopila fotometría multibanda y mediciones astrométricas de fuentes de hasta una magnitud límite $G = 21.14$ mag y espectroscopía de baja resolución para fuentes más brillantes que $G = 7.64$ mag.

En Gaia Data Release 1 (DR1, [Gaia Collaboration et al. 2016](#)) se publicaron para 599 Cefeidas y 2595 estrellas RR Lyrae en la región de la Gran Nube de Magallanes, fotometría de serie temporal de banda G y parámetros característicos. Los datos se publicaron el 14 de septiembre de 2016 y consistieron en los primeros 28 días de operación en los cuales la nave observó a alta cadencia. En Gaia Data Release 2 (DR2, [Gaia Collaboration et al. 2018](#)) el catálogo de variables se extendió a miles de Cefeidas y cientos de miles de estrellas RR Lyrae. Los datos se publicaron el 25 de abril de 2018, basados en los primeros 22 meses de observación. En Gaia Data Release 3 (DR3, [Clementini et al. 2022](#)) se publicaron datos que abarcaron los primeros 34 meses de operación. Estos fueron procesados a través del Estudio de Objetos Específicos (SOS, por sus siglas en inglés). El procesamiento de SOS confirmó 270905 fuentes (174947 RRab, 93952 RRc y 2006 RRd) de unas 271779 iniciales. Podemos ver en la Figura 2.1 a la distribución en el cielo en coordenadas galácticas al total de RRL publicadas. Además, se publicaron velocidades radiales de series temporales RVS para 1096 RR Lyrae y 799 Cefeidas, metalicidades derivadas mediante un análisis de Fourier para 133559 RRL y una estimación de la absorción interestelar para 142660 estrellas RRab [Clementini et al. \(2022\)](#).

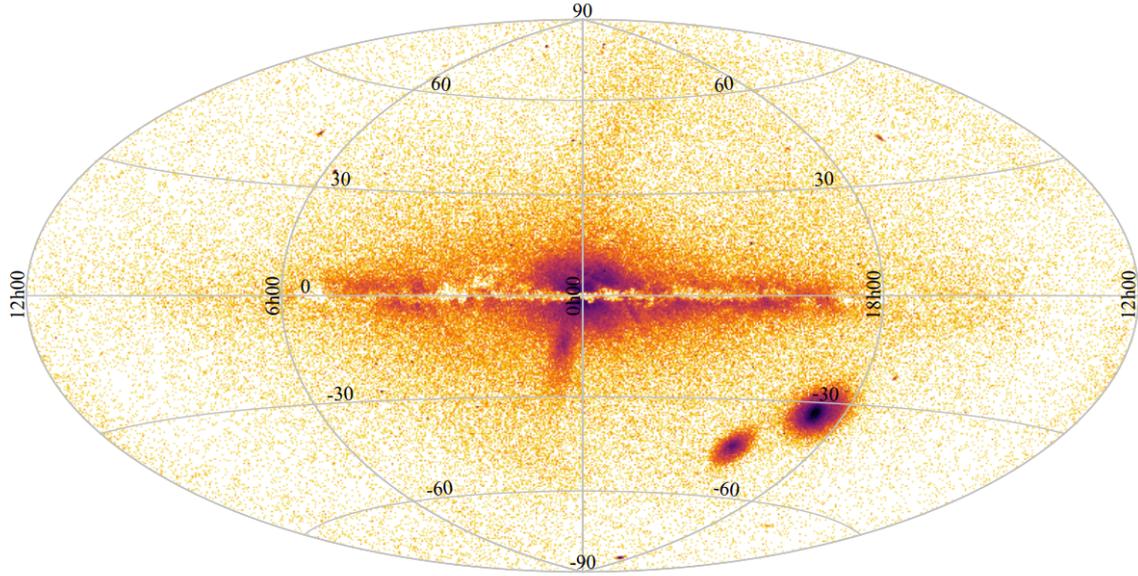


Figura 2.1: Distribución en el cielo, en coordenadas galácticas, de las 270905 estrellas RR Lyrae de Gaia DR3 (Clementini et al. 2022).

2.2. Catálogo Muraveva et al.

Para realizar la nueva calibración de la magnitud absoluta en función del corrimiento en período y en función del corrimiento y la metalicidad utilizaremos el catálogo de RR Lyrae proporcionado por Muraveva et al. (2018) pero con mejores medidas de paralaje (ϖ), magnitudes (G, BP, RP), período (P) y amplitud (Amp) proporcionadas por la actualización DR3. El catálogo consta de 401 estrellas RR Lyrae pertenecientes al campo de la Vía Láctea, de las cuales se tiene fotometría multibanda, abundancia en hierro $[Fe/H]$, valores de extinción, períodos y paralajes trigonométricos precisos, con incertidumbres entre 0,01 y 0,61 mas, medidos por la misión Gaia. Las metalicidades poseen rangos de -2.84 a 0.07 dex y los períodos de 0.25 a 0.96 días. Las metalicidades fueron proporcionadas por Dambis et al. (2013) y sus incertidumbres fueron asignadas de la siguiente manera: 0.1 dex para las que tienen estimaciones de metalicidad de espectroscopía de alta resolución, 0.2 dex para aquellas cuya abundancia de metales se midió con técnica ΔS y 0.3 dex para las que su metalicidad se obtuvo por fotometría u otros métodos no espectroscópicos. Los valores de extinción A_V en la banda V fueron obtenidos por Muraveva et al. (2018) a partir del modelo tridimensional de Drimmel R. et al. (2013) derivado de los mapas de emisión de polvo de Schlegel et al. (1998). Por último, Muraveva et al. (2018) adoptó las incertidumbres individuales de los valores de extinción como las incertidumbres de enrojecimiento de $0.16E(B - V)$, sugeridos por Schlegel et al. (1998).

En la Figura 2.2 se representan en el diagrama de Bailey a las RR Lyrae del catálogo. Observamos que poseen un rango amplio de valores en período, pero en amplitud carece de representación en los valores más bajos. Esto es un problema a tener cuenta ya que, nuestra calibración no estará ponderada, como debería, por valores bajos en amplitud los cuales no son despreciables.

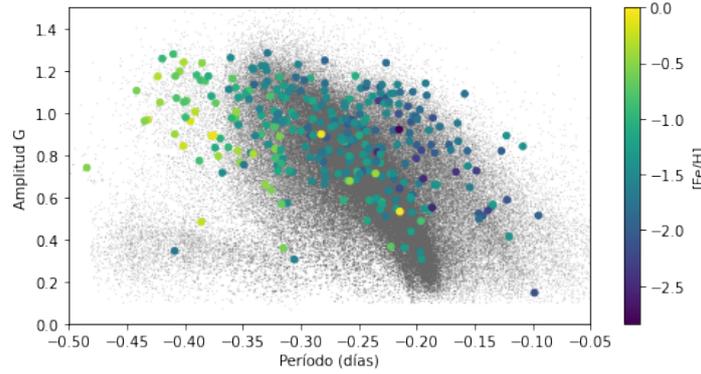


Figura 2.2: Diagrama de Bailey con el catálogo de Muraveva et al. (2018).

2.2.1. Cálculo de magnitudes absolutas

Para las RR Lyrae del catálogo de Muraveva et al. (2018) se puede calcular la magnitud absoluta mediante la ecuación del módulo de distancia de la forma:

$$M_G = G - 5 \log(d) + 5 - A_G \quad (2.1)$$

donde M_G y G son las magnitudes absoluta y aparente en la banda G , d es la distancia y A_G es la extinción en la banda G . Para la magnitud G se tomó la magnitud promediada en flujo reportada en la columna `int_average_g` de la tabla `vari_rrlyrae` de Gaia DR3. La distancia se calculó a partir del paralaje (columna `parallax` reportada en la tabla `gaia_source` de Gaia DR3) como:

$$d = \frac{1}{\varpi - \Delta\varpi_0} \quad (2.2)$$

donde $\Delta\varpi_0$ la compensación del punto cero (offset) del paralaje. Este término se refiere a una corrección sistemática de las mediciones de los paralajes reportados por Gaia. El valor de $\Delta\varpi_0$ no es único, ya que depende del color aparente (e.g. L. Lindergren et al. 2021). Para nuestro estudio utilizaremos el punto cero medio calculado por Garofalo et al. (2022) para las RR Lyrae de campo, quienes obtuvieron $\Delta\varpi_0 = -0.033 \pm 0.002$ mas para Gaia DR3.

Finalmente, el catálogo de Muraveva et al. (2018) reporta la extinción A_V en la banda V . La extinción A_G en la banda G se calculó a partir de A_V como $A_G = k_G A_V$ donde k_G esta dado por la siguiente expresión

$$k_G = c_1 + c_2(BP - RP) + c_3(BP - RP)^2 + c_4(BP - RP)^3 + c_5 A_V + c_6 A_V^2 + c_7(BP - RP)A_V \quad (2.3)$$

En donde los coeficientes c_i están dados por $c_1 = 0.9761$, $c_2 = -0.1704$, $c_3 = 0.0086$, $c_4 = 0.0011$, $c_5 = -0.0438$, $c_6 = 0.0013$ y $c_7 = 0.0099$ según Ramos et al. (2020) y $(BP - RP)$ es el color aparente de cada estrella en las bandas correspondientes de Gaia.

2.3. Ajuste M_G -[Fe/H]

Como experimento de control se reprodujo el ajuste magnitud absoluta-metalicidad M_G -[Fe/H] de Garofalo et al. (2022), el cual, al igual que nuestra muestra, se basa en una actualización de los datos proporcionados por Muraveva et al. (2018) utilizando Gaia DR3. En el trabajo de Garofalo et al. (2022) utilizan un método de inferencia bayesiana para encontrar los parámetros del ajuste M_G -[Fe/H], a la vez que se ajusta el término del punto cero de paralaje. Nosotros en cambio, habiendo tomado el valor obtenido por estos autores para el punto cero del paralaje, realizamos simplemente un ajuste

por mínimos cuadrados de M_G como función de $[Fe/H]$. Obtuvimos así a la Ecuación 1.2, en donde en nuestro caso $b = 0.32 \pm 0.02$ y $a = 1.06 \pm 0.03$. Al compararlo con el ajuste de [Garofalo et al. \(2022\)](#), donde $b = 0.33 \pm 0.02$ y $a = 1.05 \pm 0.03$ concluimos que se reprodujo con éxito ya que los valores encontrados de los coeficientes se encuentran dentro del error. Observamos el mejor ajuste obtenido en la Figura 2.3.

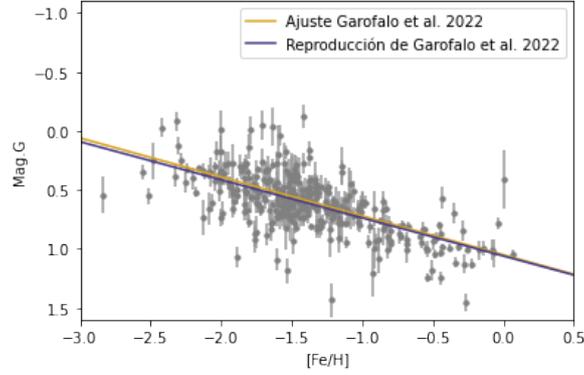


Figura 2.3: Reproducción del ajuste de [Garofalo et al. \(2022\)](#).

2.4. Ajuste M_G - $\Delta \log P$

2.4.1. Corrimiento en período sobre tipo OoI

Como vimos en la Sección 1.2.1, históricamente se definió el corrimiento en período desde un ajuste lineal en la Ecuación 1.3. Luego, con datos más precisos se concluyó que un mejor ajuste es uno cuadrático (e.g. [Cacciari et al. 2005](#); [Drake et al. 2013](#)). Nuestro objetivo es realizar dicho ajuste con los datos de Gaia DR3, ya que los ajustes publicados en la literatura corresponden en su mayoría a la banda V. Siguiendo con el procedimiento estándar, se realizó un ajuste cuadrático de las RRab OoI utilizando únicamente las RR Lyrae con errores en amplitud y período menor a 5%. Mediante un ajuste por mínimos cuadrados llegamos a una expresión de la forma:

$$Amp_G = \alpha(\log P_{Ajuste})^2 + \beta \log P_{Ajuste} + \gamma \quad (2.4)$$

En donde los coeficientes de la Ecuación 2.4 obtenidos son $\alpha = -29.90 \pm 0.23$, $\beta = -21.31 \pm 0.12$ y $\gamma = -2.64 \pm 0.01$. Observamos el resultado de dicho ajuste con las RRab del catálogo de Gaia DR3 en la Figura 2.4.

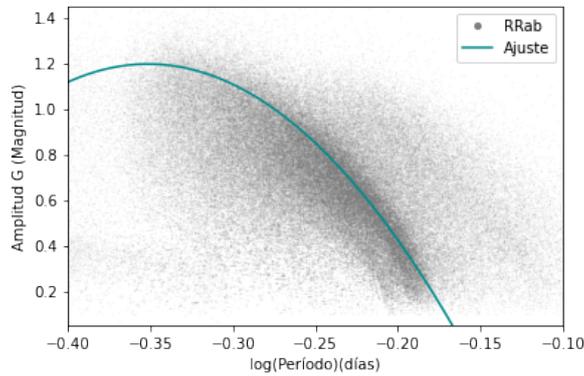


Figura 2.4: Ajuste mediante mínimos cuadrados utilizando RRab tipo OoI. En gris a la totalidad de las RRab de DR3.

A partir de la Ecuación 2.4 obtenemos $\log P_{ajuste}$ como

$$\log P_{ajuste} = \frac{-\beta - \sqrt{\beta^2 - 4\alpha(\gamma - Amp_G)}}{2\alpha} \quad (2.5)$$

Entonces el corrimiento en período se define como diferencia en el diagrama de Bailey (esto es, a amplitud constante) entre una estrella y el ajuste de cuadrático:

$$\Delta \log P = \log P_{ajuste} - \log P \quad (2.6)$$

2.4.2. $M_G - \Delta \log P$ como ajuste sobre OoI

A continuación realizamos el ajuste por mínimos cuadrados de la magnitud absoluta M_G como función del corrimiento en período $\Delta \log P$, suponiendo una relación lineal entre ambos dada por:

$$M_G = \delta(\Delta \log P) + \epsilon \quad (2.7)$$

donde obtuvimos $\delta = 2.31 \pm 0.17$ y $\epsilon = 0.58 \pm 0.01$. Evaluando el desempeño de un ajuste lineal y uno cuadrático se obtuvo que, si bien en el cuadrático obtuvimos un menor valor de residuos, la diferencia no fue significativa.

Observamos en la Figura 2.5 la comparación entre la desviación estándar de los residuos del ajuste $M_G - [\text{Fe}/\text{H}]$ y $M_G - \Delta \log P$. Se obtuvo 0.1863 para el ajuste en metalicidad y 0.1860 para $\Delta \log P$, siendo sólo un 0.17% mayor éste último.

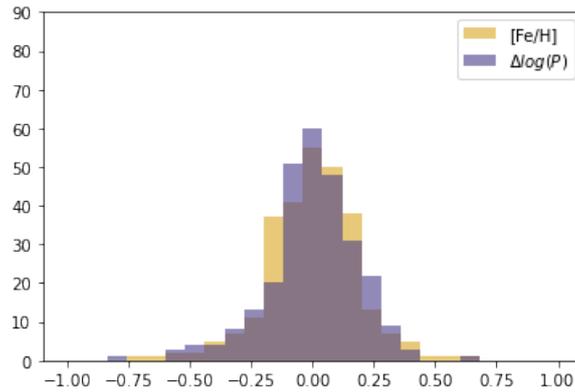


Figura 2.5: Residuos del ajuste $M_G - [\text{Fe}/\text{H}]$ y $M_G - \Delta \log P$ mediante mínimos cuadrados.

2.4.3. Redefinición del corrimiento en período $\Delta \log P$

Podemos observar que ajustar por corrimiento en período, a diferencia de un ajuste en función de la metalicidad o período, tiene la desventaja de que si la amplitud es lo suficientemente grande, mayor al máximo del ajuste cuadrático de la Ec. 2.4, no es posible calcular $\Delta \log P$. Si bien en la Figura 2.4 parece ser un número relevante, utilizando el catálogo total de DR3 de RR Lyrae obtenemos que la fracción de estrellas en esta situación, para el ajuste sobre las tipo OoI, es tan sólo 0.021% del total. Veremos ahora que, redefiniendo a $\Delta \log P$ ligeramente diferente podemos, además de mejorar el ajuste, reducir aún más este pequeño porcentaje.

Si bien se definió al corrimiento en período como un ajuste sobre las RR Lyrae tipo OoI, veremos que esto en realidad, no es el mejor ajuste posible. Nuestro objetivo es obtener la mejor calibración $M_G - \Delta \log P$, por lo que, dónde se ubique el ajuste en el diagrama de Bailey, así como el grado, sea cuadrático o lineal, no es relevante, siempre y cuando la calidad del ajuste sea mejor. Con esta idea en mente, se realizó nuevamente el procedimiento de la sección anterior variando los coeficientes a, b y c, libremente de la Ecuación 2.4 de tal manera que, al realizar el ajuste en magnitud absoluta, la desviación estándar del residuo de la calibración $M_G - \Delta \log P$ sea mínima. Obtenemos como resultado

que el mejor desempeño no se encuentra donde la curva de referencia coincide con el locus de las OoI. Vemos en la Figura 2.6 a la izquierda en amarillo al mejor ajuste obtenido. En azul tenemos un ajuste utilizando las OoI que, a diferencia de la sección anterior, no se obtuvo como un ajuste sobre las OoI sino como el procedimiento previamente descrito. Vemos en la 2.6 a la derecha un histograma con los residuos. Lo primero que notamos es que el histograma amarillo contiene más datos, esto se debe a que el máximo en el diagrama de Bailey es mayor que en el azul. Por último, la desviación estándar de los residuos para el ajuste en amarillo es la mejor obtenida en proporción con el ajuste $[\text{Fe}/\text{H}]$, siendo un 1.70% mejor.

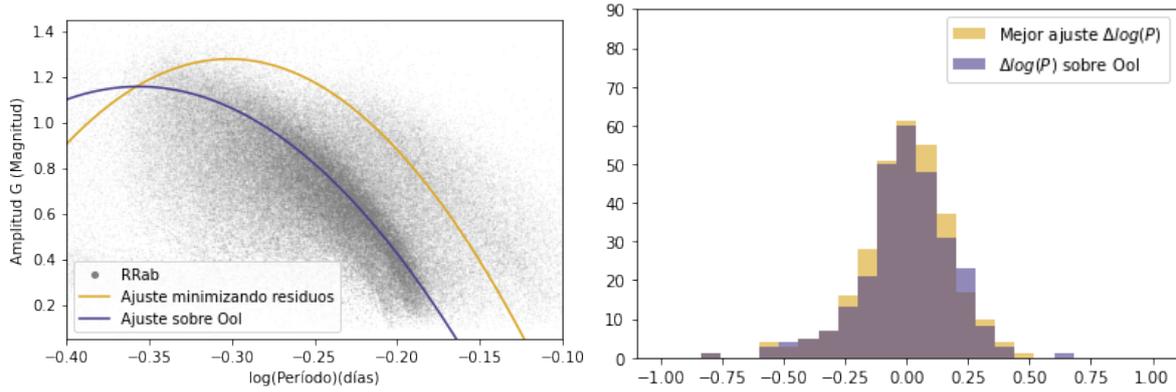


Figura 2.6: Ajuste en el diagrama de Bailey del corrimiento en período a la izquierda y sus respectivos residuos a la derecha.

Concluimos que un mejor ajuste $\Delta \log P$ no tiene por qué ser sobre las OoI. Además, es importante que la altura del máximo sea lo suficiente como para incluir la mayor parte de las RRab. Obtenemos ahora que, para un 0.004% de las RRLs no se puede calcular el corrimiento en período con el nuevo ajuste, un porcentaje mucho menor aún que el 0.021% obtenido para el caso del ajuste sobre las OoI. En consecuencia, en adelante utilizaremos como ajuste a la Ecuación 2.4 con $\alpha = -38.55 \pm 0.07$, $\beta = -23.19 \pm 0.76$ y $\gamma = -2.22 \pm 0.22$. Cabe recordar que nuestras conclusiones se basan en el conjunto de estrellas de Muraveva et al. (2018) el cual recordamos que, si bien cubre gran parte del diagrama de Bailey, carece de RRab con amplitudes bajas.

Por último, para la calibración $M_G - \Delta \log P$ vista en la ecuación 2.7 utilizando esta nueva definición de corrimiento en período se obtiene $\delta = 2.46 \pm 0.17$ y $\epsilon = 0.44 \pm 0.02$.

2.5. $M_G - \Delta \log P - [\text{Fe}/\text{H}]$

Vimos hasta el momento que la relación magnitud absoluta-metalicidad, según Muraveva et al. (2018), se puede tomar tanto lineal como cuadrática y que el desempeño no es estadísticamente diferente. En nuestro caso para la calibración $M_G - \Delta \log P$ encontramos un resultado similar. Si bien un ajuste cuadrático reduce mínimamente los residuos, no es suficiente como para utilizarlo, ya que el ajuste se comporta, en los valores que tienen sentido físico, de manera similar a una recta. La diferencia de la desviación estándar de los residuos entre el caso lineal y cuadrático fue despreciable por lo que, el ajuste $M_G - \Delta \log P$ lo tomaremos en adelante como lineal.

En lo que sigue exploraremos la posibilidad de un ajuste en dos variables: corrimiento en período $\Delta \log P$ y metalicidad $[\text{Fe}/\text{H}]$. Observamos en la Figura 2.7 y 2.8 una clara dependencia entre $\Delta \log P$ y $[\text{Fe}/\text{H}]$. Vemos que valores altos en metalicidad corresponden a valores altos en $\Delta \log P$ y viceversa. Esto no quiere decir que se puede deducir una a partir de otra de manera directa porque $\Delta \log P$ depende tanto de la metalicidad como del estadio evolutivo de la RR Lyrae. Este resultado, junto con el cambio en la magnitud, es lo esperable viendo las Figuras 1.10 y 2.2. Dada una metalicidad, la luminosidad (o M_G) de la ZAHB será diferente por lo que una RR Lyrae comenzará en el diagrama

de Bailey en valores más positivos en $\Delta \log P$. Al evolucionar y disminuir su valor de M_G , también disminuirá el valor en $\Delta \log P$.

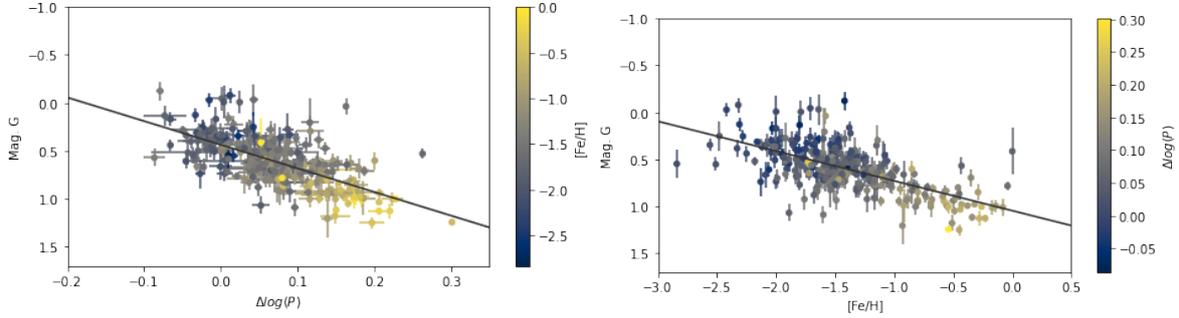


Figura 2.7: M_G - $\Delta \log P$ y su dependencia con la metalicidad a la izquierda y M_G - $[\text{Fe}/\text{H}]$ con su dependencia en $\Delta \log P$ para el catálogo de RRL de Muraveva et al. (2018).

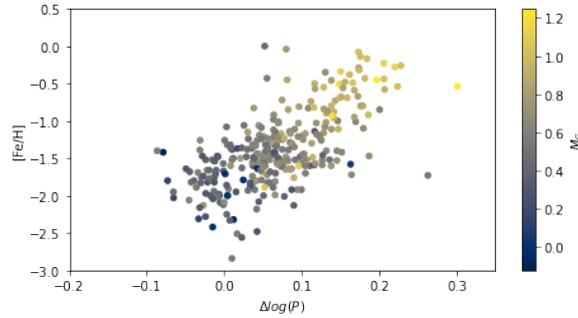


Figura 2.8: Relación $[\text{Fe}/\text{H}]$ - $\Delta \log P$ para el catálogo de estrellas RRL de Muraveva et al. (2018).

Buscamos entonces realizar un ajuste en dos variables, es decir, una calibración de la magnitud absoluta en función de la metalicidad y $\Delta \log P$, que tiene una expresión general cúbica de la forma

$$M_G = a + bx + cy + dxy + ex^2 + fy^2 + gx^3 + hyx^2 + ixy^2 + jy^3 \quad (2.8)$$

donde llamamos $x = [\text{Fe}/\text{H}]$ e $y = \Delta \log P$.

Probamos con ajustar una superficie de orden cúbico, cuadrático y lineal. Observamos los ajustes resultantes en la Figura 2.9 y sus residuos correspondientes en la Figura 2.10. La desviación estándar de los residuos para el ajuste cúbico fue 0.1641, cuadrático 0.1651 y lineal 0.1693. Si bien la desviación estándar de los residuos es menor cuanto mayor es el orden del ajuste, evaluaremos el desempeño de las tres en el capítulo siguiente calculando distancias a cúmulos.

Orden del ajuste	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
Lineal	1.55	0.18	0.75							
Cuadrático	0.39	5.08	-0.16	1.84	-6.89	-0.07				
Cúbico	0.21	6.09	-0.69	-8.34	3.92	-0.47	3.01	-0.59	0.86	-0.09

Tabla 2.1: Coeficientes para cada tipo de ajuste de M_G - $\Delta \log P$ - $[\text{Fe}/\text{H}]$.

Orden del ajuste	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
Lineal	0.03	0.01	0.01							
Cuadrático	0.02	0.16	0.02	0.08	0.36	0.01				
Cúbico	0.04	0.48	0.06	2.00	0.50	0.04	3.20	0.95	0.14	0.01

Tabla 2.2: Errores de los coeficientes para cada tipo de ajuste de M_G - $\Delta \log P$ - [Fe/H].

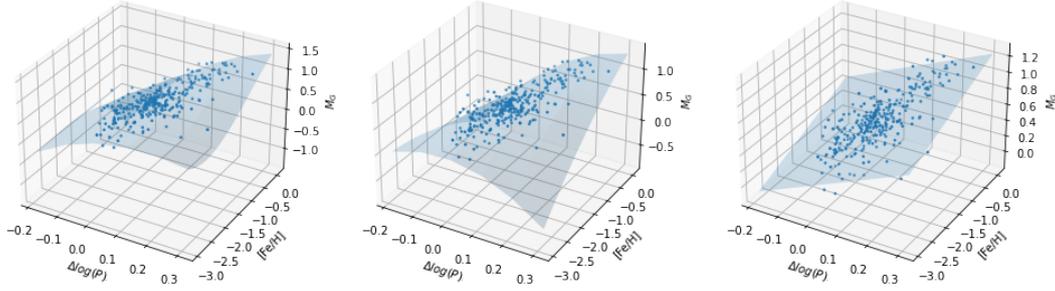


Figura 2.9: Ajuste cúbico, cuadrático y lineal respectivamente para el catálogo de RRL de [Muraveva et al. \(2018\)](#).

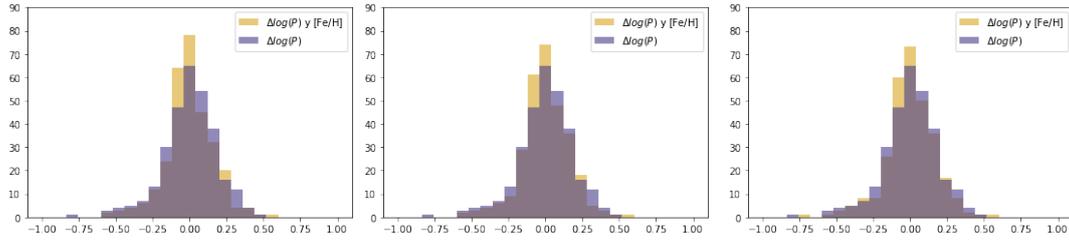


Figura 2.10: Residuos del ajuste cúbico, cuadrático y lineal respectivamente para el catálogo de estrellas RRL de [Muraveva et al. \(2018\)](#).

2.5.1. Locus $\Delta \log P$ para ajuste en dos variables

Obtuvimos en la Sección 2.4.3 una expresión para $\Delta \log P$ mediante el proceso de minimización de residuos en el ajuste M_G vs $\Delta \log P$. Para el ajuste en función de la metalicidad y $\Delta \log P$, la minimización de residuos se calcula de la misma manera, pero ahora tenemos el factor de la metalicidad. El resultado obtenido se encuentra dentro de los márgenes de error del ajuste sólo en función de $\Delta \log P$ por lo que la calibración descrita en la Sección 2.4.3 también es válida para el ajuste en dos variables.

Capítulo 3

Análisis y resultados

En este capítulo nos proponemos comparar el desempeño de los diferentes ajustes obtenidos en el Capítulo 2 utilizando estrellas RR Lyrae en cúmulos globulares. La razón por la cual elegimos cúmulos globulares es porque podemos considerarlos esencialmente como una población estelar simple, por lo que tienen la misma edad y composición química y la distancia a los mismos es mucho menor que su radio. En nuestra Galaxia poseen una población estelar vieja, mayor a 7 Gaños y metalicidad más pobres a la solar (Harris 1998), por lo que son ideales para albergar estrellas RR Lyrae. Como en cada cúmulo globular todas las estrellas poseen la misma metalicidad, nos facilita el cálculo de distancias utilizando el método tradicional. Además, podemos comparar adecuadamente el desempeño de los métodos ya que la evolución post-ZAHB se verá reflejada como una subestimación en el cálculo de la distancia y, por lo tanto, una mayor dispersión. Este efecto no se ve reflejado en la desviación estándar de los residuos que utilizamos en el capítulo anterior para cuantificar la calidad de las calibraciones, porque depende de la proporción de estrellas post-ZAHB en el catálogo de Muraveva usado para la propia calibración.

Como método para comparar el desempeño de la nueva calibración de la magnitud absoluta en función de $\Delta \log P$ y en función de $[\text{Fe}/\text{H}]$ y $\Delta \log P$ con la clásica en función de $[\text{Fe}/\text{H}]$ calcularemos distancias a distintos cúmulos y utilizaremos la desviación en torno a la media como medida de error. Sabemos que el diámetro de cualquier cúmulo es mucho menor que la distancia al mismo por lo que un histograma de distancias tendría que tener la menor dispersión posible. En el capítulo anterior discutimos, según la desviación estándar en los residuos, cuál ajuste, lineal o cuadrático, es mejor. Ahora añadiremos el desempeño en cúmulos junto con la discusión de los residuos para concluir cual presenta mejor desempeño ya que los residuos no poseen información explícita sobre la evolución post-ZAHB. Para ningún cálculo utilizaremos filtros de calidad en amplitud ni período, utilizaremos datos sin importar el error que tengan. Obtendremos así, el desempeño de nuestra nueva calibración en el peor caso. De igual manera, los errores en período son extremadamente pequeños, promedio 2.52×10^{-3} % y se debe a que de si no se determina con tal precisión el período, no se puede identificar a una estrella como RR Lyrae. Por lo tanto, la fuente de incertidumbre en nuestro método provendrá principalmente de la amplitud, que en promedio tiene un 12.07% de error. Además, no corregiremos por extinción ya que no es un factor relevante para comparar el desempeño de las calibraciones pues afecta por igual a las dos. Así, tomando a la extinción como constante (para cada cúmulo), sería un término irrelevante al comparar las calibraciones. Esto sólo sería importante para casos en los cuales se comparan resultados para poblaciones con extinción potencialmente diferente, como en el campo.

Utilizaremos los datos de Harris (1998) para seleccionar a los cúmulos con mayor cantidad de RRab. El catálogo Gaia DR3 no es completo en los cúmulos globulares debido a problemas de contaminación fotométrica en áreas de alta densidad estelar, por lo que en realidad se conoce un número mayor de RR Lyrae en estos cúmulos que el que podemos utilizar para hacer nuestra comparación. Utilizaremos 14 cúmulos tipo OoI, 4 tipo Oo II y 2 Oo-Int. Los cúmulos utilizados se encuentran listados en la Tabla 3.1. Si bien tanto el número de cúmulos OoII y Oo-Int como la cantidad de RRab en éstos es menor en comparación con los de tipo OoI, éstos tienen una relevancia importante ya que es donde más se diferencian los ajuste $M_G-[\text{Fe}/\text{H}]$ y $M_G-\Delta \log P$. Esto se debe a que es en estos casos donde mayor es

el porcentaje de RRL post-ZAHB y, por lo tanto, la distancia se subestima en un mayor número de estrellas RR Lyrae.

Además, al calcular las distancias tenemos en cuenta el hecho que al estudiar un área alrededor del centro de cada cúmulo introducimos a nuestra muestra una cantidad de RRab que no pertenecen al mismo. Eliminamos entonces a las RRab que se encontraron por fuera de tres veces la desviación estándar en torno a la mediana en los dos métodos a la vez. Hay que tener presente que introducimos un gran porcentaje de error al no poder diferenciar aquellas RRab que no se encuentran claramente por fuera del cúmulo y eliminamos posibles RRab pertenecientes al mismo. Además, como la calibración en función de la metalicidad posee un error sistemático en el cálculo de la magnitud absoluta y por ende, de la distancia, la distribución en torno a la media de un cúmulo no es simétrica, podemos observar esto en la Figura 3.1 por lo que nuestra manera de eliminar a las estrellas por fuera de tres veces la desviación estándar tampoco es ideal. La idea consiste entonces en calcular la media como una aproximación a la distancia al cúmulo, la desviación estándar en torno a la misma y por último el error porcentual como el cociente entre estas dos.

Por último, es importante siempre tener en cuenta que nuestros resultados mostrarán únicamente la comparación del desempeño entre las calibraciones M_G -[Fe/H], M_G - $\Delta \log P$ y M_G - $\Delta \log P$ -[Fe/H] para nuestros datos utilizados. Si bien se eligieron cúmulos con la mayor cantidad de RRab y variedad en su tipo (OoI, OoII y Oo-Int), esta elección no es única.

3.1. Comparación de la calibración clásica M_G -[Fe/H] con la nueva M_G - $\Delta \log P$

Veamos primero el caso particular del cúmulo globular M3. Ubicado a unos 10kpc del Sol, es un cúmulo rico en estrellas RR Lyrae, con 150 de éstas en el catálogo de Gaia (Clementini et al., 2022). Es un típico cúmulo tipo OoI, por lo que la mayoría de sus RRL se encuentran dentro de la ZAHB y una pequeña fracción post-ZAHB. Siguiendo con lo explicado en la Sección 1.2.2, en donde diferenciamos a las OoI y OoII en el diagrama de Bailey, calculamos ahora la distancia al mismo utilizando el método tradicional en función de la metalicidad y el nuestro en función del corrimiento en período $\Delta \log P$. Observamos que el cálculo de la distancia a las tipo OoII utilizando la calibración tradicional, que corresponden a la etapa post-ZAHB, es sistemáticamente menor al real. Esto se debe a que, al no tener en cuenta la evolución post-ZAHB, despreciamos el efecto del aumento de luminosidad. Si bien este efecto es notorio y bien diferenciado en M3, para distintos tipos de cúmulos no lo es, ya que como vimos, el gap de Oostehoff es en realidad un continuo. Además, para estrellas de campo, al calcular distancias, este efecto sistemáticamente produce una subestimación en la distancia el cual, a diferencia de un cúmulo, no podemos observar el desplazamiento en torno al valor de las OoI. Observamos que en nuestro ajuste M_G - $\Delta \log P$ la distribución de OoII y OoI coinciden y desaparece la diferencia sistemática entre las distancias de las OoII y las OoI.

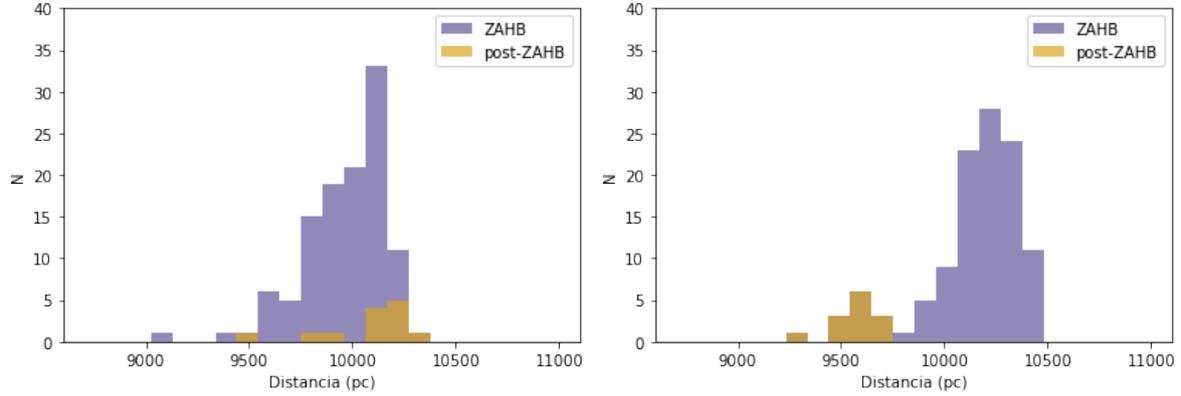


Figura 3.1: Histograma de distancias al cúmulo globular M3. A la izquierda, distancias calculadas con la relación $M_G - \Delta \log P$, a derecha con la relación $M_G - [\text{Fe}/\text{H}]$.

3.1.1. Desempeño del ajuste $M_G - \Delta \log P$ para distintos $\Delta \log P$

Mostramos en el capítulo anterior que un ajuste de mínimos cuadrados sobre las OoI no sólo que no fue el mejor obtenido en cuanto a la minimización de residuos, sino que permitía calcular $\Delta \log P$ para una cantidad de R Rab menor al mejor obtenido lejos de las OoI. Añadiremos ahora a la discusión la calibración sobre el locus de las RRL tipo OoI minimizando residuos en vez de realizar un ajuste de mínimos cuadrados utilizando a las RRL tipo OoI. Si bien por construcción este no es el ajuste que menor valor de desviación estándar de residuos posee, vimos que no sólo tenemos que tener en cuenta este factor sino también, el desempeño en los cúmulos ya que la muestra en la que nos basamos para realizar la minimización de los residuos no es la ideal (Sección 2.2).

Los resultados se presentan en las Tablas 3.2 y 3.1. Primero comparemos el ajuste utilizando mínimos cuadrados y el ajuste minimizando residuos, los dos sobre las R Rab tipo OoI. Observamos que el ajuste minimizando residuos sobre OoI obtuvo un mejor desempeño. El error porcentual promedio total es de 2.71 % para el ajuste minimizando residuos mientras que 2.82 % para el ajuste utilizando mínimos cuadrados.

Al comparar el ajuste minimizando residuos sobre OoI con el libre (sin la restricción de estar sobre el locus de las OoI) obtenemos resultados similares, un error porcentual promedio de 2.70 % para el libre y 2.71 % para el ajuste sobre las OoI, sólo un 0.01 % menor el ajuste sobre las OoI.

Al comparar con el ajuste por metalicidad obtenemos que la calibración $M_G - \Delta \log P$ para todas las elecciones de $\Delta \log P$ tuvo mejor desempeño. Vemos que en los cúmulos OoI fue donde se obtuvo menor diferencia. Esto se debe a que contienen una población que se encuentra en su mayoría en la ZAHB. Donde mayor fue la diferencia entre las calibraciones fue con los cúmulos OoII y Oo-Int, esto es porque poseen una población que se encuentra mayoritariamente en la post-ZAHB y, a una metalicidad dada, es sistemáticamente más luminosa.

La calibración en función del corrimiento en período presentó en general un mejor resultado que en función de la metalicidad y los ajustes minimizando residuos son los que mejor desempeño obtuvieron, siendo muy pequeña la diferencia entre un ajuste sobre las OoI o uno sin dicha restricción. Tenemos que la calibración que menor desviación estándar de los residuos posee es la libre, con un 0.26 % menos que la calibración sobre el locus de las OoI, y que el desempeño en los cúmulos fue ligeramente superior, sólo un 0.01 %.

Cúmulo	Ajuste sobre OoI	Ajuste minimizando residuos sobre OoI	Ajuste minimizando residuos libre	Ajuste por metalicidad
Tipo OoI				
NGC 5272	2.28	1.79	1.79	2.11
NGC 5904	2.53	2.71	2.77	2.86
NGC 3201	4.40	4.33	4.31	3.79
NGC 6934	2.30	2.10	2.12	1.97
NGC 7006	2.26	2.15	2.12	1.58
NGC 6402	4.39	4.50	4.52	5.26
NGC 6584	2.59	2.64	2.67	3.18
NGC 6121	5.23	4.71	4.67	6.09
NGC 6229	2.34	2.32	2.35	2.57
NGC 6981	1.37	1.07	1.01	1.26
NGC 6723	3.53	3.71	3.76	3.43
NGC 6362	1.33	1.34	1.40	2.60
NGC 6171	4.88	4.33	4.24	5.09
NGC 362	2.15	2.47	2.53	1.80
Tipo OoII y Oo-Int				
NGC 5139	2.93	3.12	3.10	6.12
IC 4491	3.00	2.64	2.65	2.47
NGC 7078	1.30	1.10	1.14	2.22
NGC 5024	1.64	1.16	1.12	2.47
NGC 6864	3.34	2.97	2.80	5.53
NGC 7089	2.70	2.94	3.01	3.84

Tabla 3.1: Error porcentual en la calibración $M_G - \Delta \log P$ para los distintos ajustes $\Delta \log P$ en el diagrama de Bailey y para distintos tipos de Oosterhoff

	Ajuste sobre OoI	Ajuste minimizando residuos sobre OoI	Ajuste minimizando residuos libre	Ajuste por metalicidad
Error porcentual promedio (OoI)	2.97	2.87	2.88	3.11
Error porcentual promedio (OoII y Oo-Int)	2.49	2.32	2.30	3.78
Error porcentual promedio total	2.82	2.71	2.70	3.31
Desempeño respecto al ajuste por [Fe/H] (OoI)	4.50	7.72	7.40	0.00
Desempeño respecto al ajuste por [Fe/H] (OoII y Oo-Int)	34.13	38.62	39.15	0.00
Desempeño total respecto al ajuste por [Fe/H]	14.8	18.13	18.43	0.00

Tabla 3.2: Error porcentual y desempeño en la calibración $M_G - \Delta \log P$ comparada con $M_G - [\text{Fe}/\text{H}]$ para los distintos ajustes $\Delta \log P$ en el diagrama de Bailey y distintos tipos de Oosterhoff

3.2. Comparación de la calibración clásica $M_G - [\text{Fe}/\text{H}]$ con la nueva $M_G - \Delta \log P - [\text{Fe}/\text{H}]$

En esta parte estudiaremos el desempeño de la calibración $M_G - \Delta \log P - [\text{Fe}/\text{H}]$ para los ajustes lineal, cuadrático y cúbico obtenidos en la Sección 2.5. Utilizaremos el ajuste $\Delta \log P$ en el diagrama de Bailey, descrito en la sección anterior, que mejor desempeño obtuvo en el ajuste $M_G - \Delta \log P$ ya que encontramos el mismo resultado: para el ajuste en dos variables de orden lineal, cuadrático y cúbico fue el ajuste minimizando residuos lejos de las OoI del corrimiento el que mejor desempeño obtuvo.

La Tabla 3.4 resume el error porcentual en distancia obtenido para cada cúmulo y cada tipo de calibración. Nuevamente obtuvimos menor diferencia entre nuestro ajuste en dos variables y en función de sólo $[\text{Fe}/\text{H}]$ para los OoI. Para los tipo OoII y Oo-Int se obtuvo el mejor desempeño, llegando en el ajuste cúbico a un 41.00% mejor en comparación con el ajuste en función de la metalicidad.

Al comparar los órdenes del ajuste obtuvimos que para el tipo de OoI, fue el cúbico el que mejor desempeño tuvo, seguido del lineal y por último el cuadrático. Para el tipo OoII también fue el cúbico el que mejor desempeño tuvo, pero seguido ahora del cuadrático y por último el lineal. En general observamos que el desempeño de los ajustes lineal y cuadrático fueron muy similares, 2.38% y 2.39% respectivamente. En adelante utilizaremos para comparar el ajuste de orden cúbico ya que obtuvo mejor desempeño total, pero cabe aclarar que la diferencia entre el ajuste lineal y cuadrático fue sólo de 0.01%. Dicha diferencia está altamente influenciada por los cúmulos que utilizamos y el filtrado de estrellas de fondo. En los cúmulos tipo OoII es donde mayor incertidumbre tenemos ya que el número de RRL es bajo. A medida que mejore la completitud del catálogo de Gaia en cúmulos globulares se podría revisar esto con más RRLs en cada cúmulo y con más cúmulos para tener mayor proporción de cúmulos OoII.

Cúmulo	Ajuste lineal	Ajuste cuadrático	Ajuste cúbico	Ajuste por metalicidad
Tipo OoI				
NGC 5272	1.43	1.23	1.19	2.11
NGC 5904	2.02	2.10	1.76	2.86
NGC 3201	3.89	3.83	3.80	3.79
NGC 6934	1.36	1.13	1.08	1.97
NGC 7006	1.55	1.38	1.34	1.58
NGC 6402	4.14	4.54	4.43	5.26
NGC 6584	1.81	1.79	1.71	3.18
NGC 6121	4.92	4.81	4.85	6.09
NGC 6229	1.78	1.70	1.66	2.57
NGC 6981	0.96	0.94	0.95	1.26
NGC 6723	3.08	3.26	3.10	3.43
NGC 6362	1.58	1.96	1.65	2.60
NGC 6171	3.96	3.89	3.89	5.09
NGC 362	1.34	1.47	1.35	1.80
Tipo OoII y Oo-Int				
NGC 5139	3.11	3.21	3.27	6.12
IC 4491	2.31	1.87	1.80	2.47
NGC 7078	1.31	1.45	1.46	2.22
NGC 5024	1.27	1.26	1.15	2.47
NGC 6864	3.34	2.97	2.92	5.53
NGC 7089	2.37	2.89	2.80	3.84

Tabla 3.3: Error porcentual en la calibración $M_G - \Delta \log P - [\text{Fe}/\text{H}]$ para los distintos órdenes del ajuste en dos variables

	Ajuste lineal	Ajuste cuadrático	Ajuste cúbico	Ajuste por metalicidad
Error porcentual promedio (OoI)	2.42	2.43	2.34	3.11
Error porcentual promedio (OoII y Oo-Int)	2.29	2.28	2.23	3.78
Error porcentual promedio total	2.38	2.39	2.31	3.31
Desempeño respecto al ajuste por [Fe/H] (OoI)	22.19	21.86	24.76	0.00
Desempeño respecto al ajuste por [Fe/H] (OoII y Oo-Int)	39.42	39.68	41.00	0.00
Desempeño total respecto al ajuste por [Fe/H]	28.10	27.79	30.21	0.00

Tabla 3.4: Error porcentual y desempeño en la calibración $M_G - \Delta \log P - [\text{Fe}/\text{H}]$ comparada con $M_G - [\text{Fe}/\text{H}]$ para los distintos órdenes del ajustes.

3.3. Comparación de la calibración $M_G - \Delta \log P$, $M_G - \Delta \log P - [\text{Fe}/\text{H}]$ y $M_G - [\text{Fe}/\text{H}]$

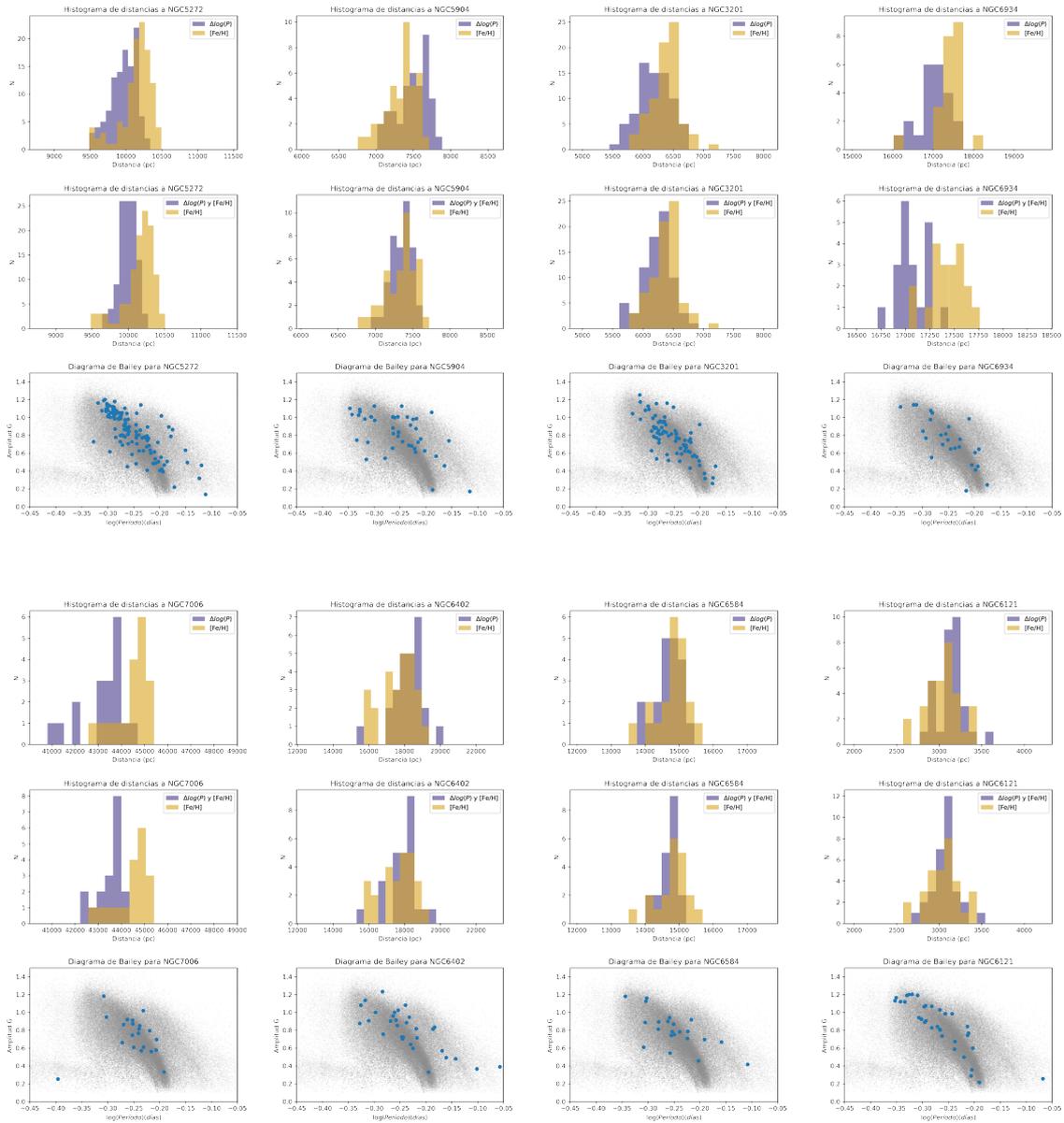
Veamos ahora el desempeño de las calibraciones discutidas en las secciones anteriores y su comparación con la clásica en función de la metalicidad. Discutiremos los resultados presentados en las Tablas 3.2 y 3.4, en donde las primeras tres filas son los errores porcentuales en el cálculo de la distancia para los cúmulos globulares tipo OoI, OoII y el total y las últimas 3 filas es el desempeño respecto al ajuste en función de la metalicidad, una comparación de las tres primeras filas con la última columna.

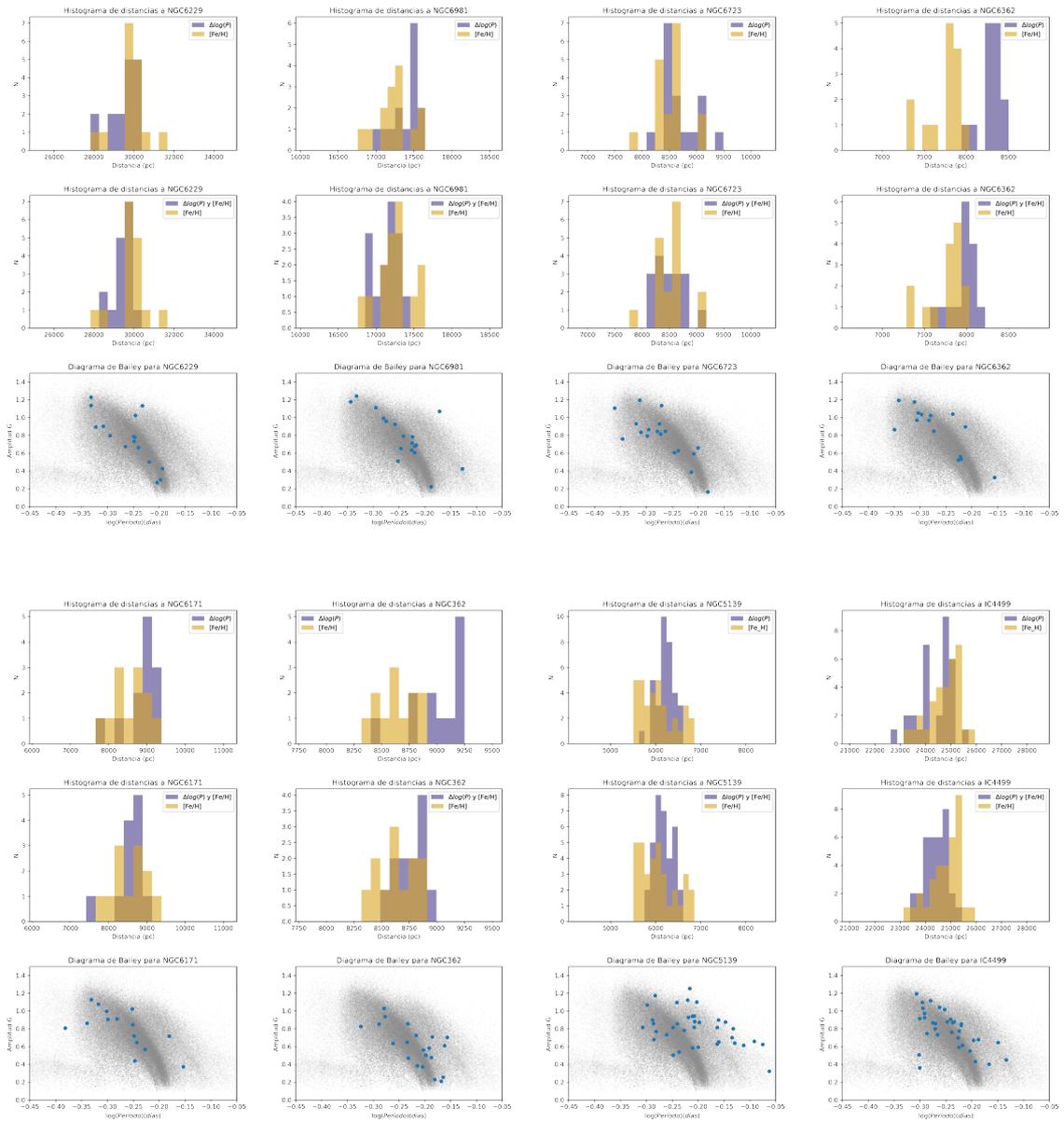
Para comparar las calibraciones utilizaremos el ajuste en corrimiento en período mejor obtenido, el cual fue el ubicado lejos de las OoI y para el ajuste cúbico en corrimiento en período y metalicidad. Observamos a continuación los histogramas para todos los cúmulos y los ajustes estudiados anteriormente. Tenemos en la primera fila a los ajustes en $M_G - [\text{Fe}/\text{H}]$ y $M_G - \Delta \log P$ para el mejor ajuste de corrimiento en período obtenido. En la segunda fila comparamos el ajuste en dos variables $M_G - \Delta \log P - [\text{Fe}/\text{H}]$ con $M_G - [\text{Fe}/\text{H}]$. En la tercera fila tenemos a las RR Lyrae de cada cúmulo en su ubicación en el diagrama de Bailey. En cada columna tenemos a cada cúmulo en el mismo orden que en las tablas anteriores.

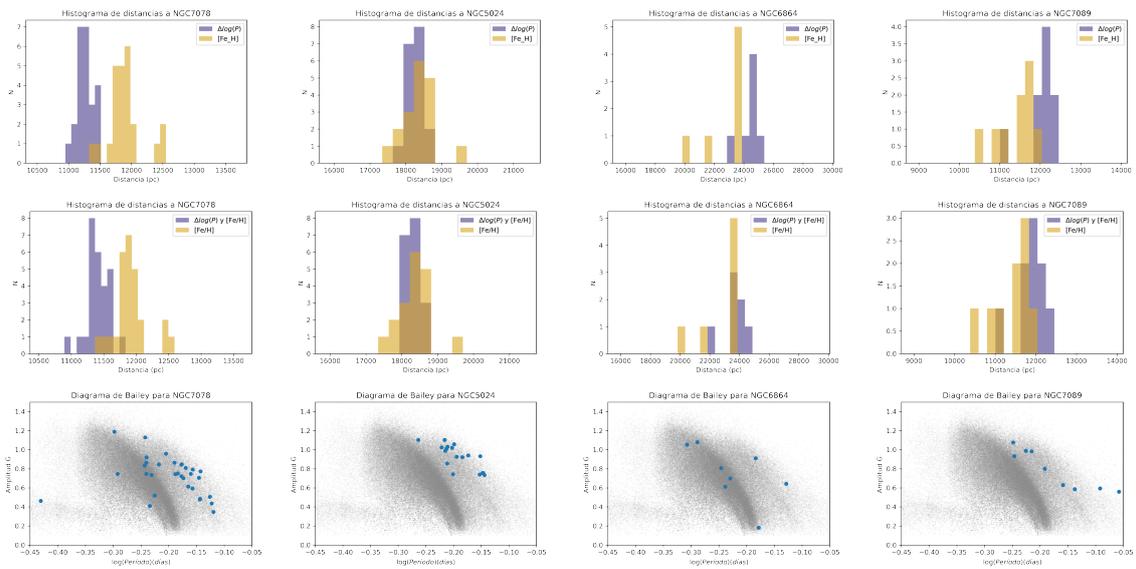
Como es de esperar, observamos que una fracción de las RRL se encuentran sistemáticamente a una distancia menor. Como dicha fracción es mayor para los cúmulos tipo OoII, observamos en el cúmulo NGC 5139 que la mayoría de sus RR Lyrae se encuentran en la post-ZAHB y un menor porcentaje en la ZAHB. Esto tiene como consecuencia en el cálculo de la distancia hecho a partir de $M_G - [\text{Fe}/\text{H}]$, un comportamiento similar al discutido para M3 (NGC 5272) pero ahora el pico pronunciado se encuentra a una distancia menor, correspondiente a las OoII, post-ZAHB, y el pico menor a una distancia mayor, correspondiente a las OoI, ZAHB. Observamos en azul que el cálculo de distancia con $M_G - \Delta \log P$ corrige dicha discrepancia en las distancias a los dos tipos de RRL y observamos al histograma mucho más concentrado.

El ajuste de la magnitud absoluta en función del corrimiento mostró un desempeño 7.40 % mejor en comparación con el ajuste en función de la metalicidad para las OoI, un 39.15 % para las OoII y Oo-Int y en total un 18.43 %. Concluimos entonces que *el ajuste en corrimiento en período mostró, en la lista de cúmulos estudiados, un mejor desempeño que el ajuste en función de la metalicidad*. El ajuste en dos variables también mostró un mejor desempeño, hasta un 41.00 % mejor para las OoII y Oo-Int y un 30.21 % en total. Concluimos que el mejor ajuste obtenido fue en dos variables. Esto se debe a que, si bien el ajuste en corrimiento en período mostró un mejor desempeño al contener información sobre el estadio evolutivo a diferencia de la metalicidad, esta última sigue siendo importante ya que es el factor que determina la altura en la ZAHB y por consecuencia la post-ZAHB. El ajuste en función de

la metalicidad tuvo un error porcentual en distancia de 3.31 %, en función del corrimiento en período un 2.70 % y en función de estas dos, un 2.31 %.







Capítulo 4

Conclusiones

El objetivo del presente trabajo consistió en calibrar la magnitud absoluta de estrellas RR Lyrae en función del corrimiento en período y en función del corrimiento en período y la metalicidad, con el fin de corregir efectos sistemáticos introducidos en la magnitud absoluta por efecto de la evolución fuera de la ZAHB.

Para ello necesitamos primero realizar un ajuste en el diagrama de Bailey del corrimiento en período. Convencionalmente se definió como un ajuste cuadrático de mínimos cuadrados sobre las RR Lyrae tipo OoI. En este trabajo mostramos que, dicha forma de definirlo no fue la que mejor resultados obtuvo. Definir del locus de referencia en el diagrama período-amplitud de manera que se minimizara la desviación estándar de los residuos en el ajuste $M_G - \Delta \log P$, mostró un mejor desempeño. El mejor ajuste del corrimiento en período no se encuentra sobre las OoI, sino que ocurre en una zona intermedia entre las OoI y OoII, zona que tradicionalmente se ha llamado “gap” de Oostehoff. Además, mostramos un problema de dicha calibración, para estrellas con una amplitud mayor al máximo del ajuste cuadrático, no es posible calcular el corrimiento en período de manera estándar. Con nuestro nuevo ajuste en corrimiento en período se mejoró dicho error, ya que el máximo se encuentra en valores mayores, resultando en una fracción mínima de RR Lyrae con amplitudes mayores, para las cuales no es posible calcular el corrimiento en período. Si bien se puede realizar un ajuste en el diagrama de Bailey con un máximo aún mayor al mejor obtenido, incluyendo la totalidad de las R Rab conocidas, se realiza a costo de empeorar la calidad del ajuste.

Finalmente corroboramos el desempeño del método para el cálculo de distancias a partir del corrimiento en período y del corrimiento en período y metalicidad, evaluando el error porcentual en el cálculo de la distancia a cúmulos globulares. Presentamos entonces a continuación, el mejor ajuste de corrimiento en período obtenido.

$$\Delta \log P = \log P_{ajuste} - \log P \quad (4.1)$$

$$\log P_{ajuste} = \frac{-\beta - \sqrt{\beta^2 - 4\alpha(\gamma - Amp_G)}}{2\alpha} \quad (4.2)$$

En donde a, b y c son los coeficientes del ajuste cuadrático: $\alpha = -38.55 \pm 0.07$, $\beta = -23.19 \pm 0.76$ y $\gamma = -2.22 \pm 0.22$. Amp_G es la amplitud en la banda G y P el período de la estrella RR Lyrae.

$$Amp_G = (-38.55 \pm 0.07)(\log P)^2 + (-23.19 \pm 0.76) \log P + (-2.22 \pm 0.22) \quad (4.3)$$

Una vez obtenido el mejor ajuste de corrimiento en período se calibró la relación $M_G - \Delta \log P$. Obtuvimos que la diferencia en la desviación estándar de los residuos del ajuste lineal y cuadrático fue

despreciable, por lo que no encontramos mayores indicios que dicha relación no es lineal. Presentamos a continuación una nueva calibración de la magnitud absoluta en función del corrimiento en período. Esta calibración mostró, en los cúmulos utilizados, un error relativo en el cálculo de la distancia de 2.70%, comparado con un error relativo del 3.31% para la calibración clásica en función de la metalicidad.

$$M_G = (2.46 \pm 0.17)\Delta \log P + (0.44 \pm 0.02) \quad (4.4)$$

Para el ajuste en dos variables evaluamos nuevamente las distintas calibraciones del corrimiento en período y obtuvimos lo mismo que para una variable. Utilizamos entonces la misma calibración del corrimiento en período y pusimos a prueba un ajuste en dos variables, corrimiento en período y metalicidad, de orden lineal, cuadrático y cúbico. Obtuvimos que el ajuste que mostro mejor desempeño fue el cúbico, seguido por el linear y cuadrático. Obtuvo un error relativo promedio en el cálculo de la distancia de 2.31%, un 30.21% menor que el tradicional. Llamamos $X=[Fe/H]$ e $Y=\Delta \log P$. El ajuste que dio los mejores resultados se muestra a continuación:

$$M_G = a + bX + cY + dXY + eX^2 + fY^2 + gX^3 + hYX^2 + iXY^2 + jY^3 \quad (4.5)$$

En donde $a = 0.21 \pm 0.04$, $b = 6.09 \pm 0.48$, $c = -0.69 \pm 0.06$, $d = -8.34 \pm 2.00$, $e = 3.92 \pm 0.50$, $f = -0.47 \pm 0.04$, $g = 3.01 \pm 3.20$, $h = -0.59 \pm 0.95$, $i = 0.86 \pm 0.14$ y $j = -0.09 \pm 0.01$.

Por último, al analizar los distintos tipos de ajustes, tanto para la definición del corrimiento en período como para la calibración de la magnitud absoluta, encontramos que, para todas las definiciones del corrimiento en período, sea o no sobre las OoI, el desempeño fue mejor que para la calibración de la magnitud absoluta en función de la metalicidad. Para el ajuste en dos variables obtuvimos lo mismo, si bien el orden de la superficie que estamos calibrando presentaba distinto desempeño, para todas se obtuvo que el desempeño fue mejor que para el ajuste en función de la metalicidad. Respecto al ajuste del corrimiento en período concluimos que, si bien el mejor desempeño se obtuvo por fuera de las OoI, la diferencia en el desempeño en el cálculo de distancias a cúmulos globulares fue sólo de un 0.01%.

4.1. Incertidumbres

En este trabajo utilizamos la muestra de RR Lyrae proporcionada por [Muraveva et al. \(2018\)](#) ya que contiene metalicidades espectroscópicas y extinciones, lo cual nos permitió comparar las calibraciones. Dicha muestra fue tomada con el objetivo de tener una gran variedad de valores de metalicidad. Observamos que si bien la muestra toma un rango amplio de valores en $\Delta \log P$, carece de amplitudes bajas ($Amp_G \lesssim 0.4$). Tenemos aquí entonces una fuente de error ya que nuestra calibración no tiene en cuenta a estas RRab las cuales no son despreciables. Esto se ve reflejado específicamente al realizar la calibración minimizando la desviación estándar de los residuos en el ajuste $M_G - \Delta \log P$. Tanto la definición de $\Delta \log P$ como las calibraciones en una y dos variables en función del corrimiento en período y la metalicidad se ven afectadas por la carencia de representación de RRab de baja amplitud.

Respecto al desempeño de las calibraciones en cúmulos tenemos que los resultados obtenidos son altamente sensibles tanto a los cúmulos seleccionados como a la eliminación de estrellas de fondo en cada cúmulo. Tenemos errores tanto al excluir posibles miembros del cúmulo como incluir RRL de campo. Si bien la elección no es única, los cúmulos estudiados poseen variedad en su metalicidad y tomamos, además, cúmulos tipo OoI, OoII y Oo-Int para tener una representación variada del estadio evolutivo. Para los tipos OoII y Oo-Int el número de RRab es bajo por lo que el cálculo de la desviación estándar en la distancia en estos últimos posee una mayor incertidumbre.

Los puntos anteriormente mencionados se podrían mejorar en un trabajo a futuro. Ampliar el catálogo proporcionado por [Muraveva et al. \(2018\)](#) para incluir a las RRL de baja amplitud nos daría una representación más adecuada a la realidad. El filtrado de estrellas de fondo que realizamos podría ser hecho en detalle, considerando las particularidades que posee el fondo en cada cúmulo a estudiar. Tanto para el filtrado de fondo como para la elección de cúmulos se podría utilizar un catálogo más completo de RRL en cúmulos globulares. Por último, una manera más apropiada de realizar las calibraciones sería, al igual que [Muraveva et al. \(2018\)](#) y [Garofalo et al. \(2022\)](#), realizar los ajustes utilizando técnicas de inferencia bayesiana que permita un modelo riguroso de los errores en todos los observables involucrados.

Bibliografía

- Bailey, S.I., 1902, *Annals of Harvard College Observatory*, 38, 1–252
- Bono, G., Caputo, F., Castellani, V., et al., 2003, *MNRAS*, 344, 1097
- Caputo F., Castellani, V., Marconi M., & Ripepi V., 2000, *MNRAS*, 316, 819
- Catelan M., Pritzl B. J. & Smith H. A. E., 2004, *sApJS*, 154, 633
- Catelan, M & Smith, H. A., 2014, *Pulsating Stars*
- Cacciari, C., Corwin, T. M., & Carney, B. W. 2005, *AJ*, 129, 267
- Clement C. M. & Shelton I., 1999, *ApJ*, 515, 88
- Clementini et al., 2018, *A&A*, 622, A60
- Clementini et al., 2022, *A&A*
- Dambis et al., 2013, *MNRAS*, 435, 3206
- Drake et al., 2013, *ApJ*, 763, 32
- Drimmel R. et al., 2013, *A&A*, 556, A3
- Gaia Collaboration et al., 2016, *A&A*, 595, A2
- Gaia Collaboration, Clementini G., Eyer L. et al., 2017, *A&A*, 605, A79
- Gaia Collaboration et al., 2018, *A&A*, 616, A1
- Garofalo, A. et al., 2022, *MNRAS*, 513, 788–806
- Harris, W. E., 1998, *Astronomical Journal*, 112, 1487
- Jurcsik et al., 2012, *MNRAS*, 419, 2173
- Kunder, A. & Chaboyer, B., 2009 *AJ*, 138, 1284
- L. Lindergren et al., 2021, *A&A*, A2, 35
- Longmore, A.J., Fernley, J.A., and Jameson, R.F., 1986, *MNRAS*, 220, 279–287.
- Marconi M. et al., 2015, *ApJ*, 808, 50
- Muraveva et al., 2018, *MNRAS*, 481, 1195
- Oosterhoff, P.T., 1939, *The Observatory*, 62, 104–109.
- Prusti et al., 2016, *A&A*, 595, A1
- Ramos P., Mateu C., Antoja T., Helmi A., Castro-Ginard A., Balbinot E., Carrasco J. M., 2020, *A&A*, 638, A104

- Sandage, A. and Wildey, R., 1967, ApJ 150, 469
- Sandage, A., 1981, ApJ, 248, 161–176.
- Sandage, A., 1982, ApJ, 252, 574
- Sandage, A., 1990, ApJ, 350, 631–644.
- Schlegel, D. J., Finkbeiner, D. P., & Davis, M. 1998, ApJ, 500, 525
- Smith, H. A., 1995, Cambridge Astrophysics Series, 27
- Schwarzschild, M., 1940, Harvard College Observatory Circular, 437, 1–12.
- Prusti et al., 2016, A&A, 595, A1
- van den Bergh, S., 1967, PASP 79, 460