



UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA
FACULTAD DE CIENCIAS



INSTITUTO DE FÍSICA
DEPARTAMENTO DE ASTRONOMÍA

INICIACIÓN A LA INVESTIGACIÓN

Efectos de los vientos de disco en la evolución de discos protoplanetarios

Autor:
Elisa Castro Martínez

Tutor:
Dra. Julia Venturini

22 de diciembre de 2021

Agradecimientos

A mi tutora Julia Venturini, por toda su ayuda antes, durante y después del desarrollo de mi trabajo de Iniciación a la Investigación.

Al Dr. Octavio Guilera y la Dra. María Paula Ronco, por sus sugerencias importantes y su tiempo prestado, sin los cuales no habría obtenido estos resultados.

A todos aquellos que colaboraron en el desarrollo del código *PlanetaLP*, la base de este trabajo, y que con gran amabilidad me permitieron su uso.

A Tabaré Gallardo, por su ayuda y asesoramiento durante este trabajo y toda mi trayectoria en la facultad.

A Juan José Downes y a Sebastián Bruzzone por sus comentarios y sugerencias.

Resumen

La evolución de los discos protoplanetarios es un área muy estudiada actualmente, ya que es crucial para entender la formación planetaria. Debido a la incertidumbre que existe en cuanto a los procesos que producen la disipación de los discos, además de los modelos de fotoevaporación, se utiliza típicamente un parámetro de disipación (parámetro de Shakura-Sunyaev) que permite reproducir los tiempos de vida de los discos, asumiendo que la viscosidad es generada por turbulencias. La inestabilidad magnetorrotacional ocupa hoy el lugar principal en cuanto a las teorías sobre el origen de la turbulencia, aunque hay evidencias de que no sería suficiente para explicar por sí misma los tiempos evolutivos de los discos. Recientemente se han estudiado los efectos que pudieran tener los “vientos de disco”, generados por inestabilidades magnetohidrodinámicas y campos magnéticos, en su disipación y en la evolución planetaria. En este trabajo se parte del módulo de evolución gaseosa del disco por acreción viscosa y fotoevaporación del código de formación planetaria “PlanetaLP” (Guilera et al. 2017 [1], Ronco et al. 2017 [2], Venturini et al. 2020 [3]), y se implementa numéricamente la evolución por vientos de disco. Se reproducen los resultados obtenidos por Suzuki et al. (2016) [4] y Kunitomo et al. (2020) [5]. Dichos resultados sugieren que los vientos podrían tener un efecto en la migración planetaria, suprimiéndola en las regiones más internas del disco.

Índice

Agradecimientos	1
1. Introducción	2
1.1. Breve historia de las ideas sobre los discos protoplanetarios	2
1.2. Modelo de evolución viscosa	3
1.3. Observaciones	5
1.3.1. ¿Cuánto viven los discos?	6
1.3.2. Procesos que ayudan a disipar los discos	7
1.4. Turbulencia	8
1.4.1. Parámetro de Shakura-Sunyaev	9
1.4.2. Inestabilidades hidrodinámicas	9
1.4.3. Magnetohidrodinámica	10
1.4.4. Inestabilidad magnetorrotacional	11
1.5. Vientos de disco	13
1.5.1. Mecanismos	13
1.5.2. Ecuación de evolución	14
2. Método	18
2.1. Descripción del método numérico	18
2.2. Condiciones iniciales y condiciones de borde	21
2.3. Temperatura	21
2.4. C_w , $\alpha_{r\phi}$ y $\alpha_{\phi z}$	23
2.5. Fotoevaporación	23
2.6. Resumen de casos	23
3. Resultados	25
3.1. Preliminares: sin vientos	25
3.2. Con vientos	26
3.2.1. “Weak DW + zero-torque”	26
3.2.2. “Weak DW + constant torque”	27
3.2.3. “Weak DW + Σ -dependent torque”	27
3.2.4. “Weak DW + Σ -dependent torque + PEW”	28
4. Discusión y conclusiones	30
4.1. Incertidumbres	32
4.2. Conclusiones	32

Capítulo 1

Introducción

Cuando una nube molecular colapsa debido a algún tipo de perturbación, y si su masa es lo suficientemente grande, es posible que se forme una estrella. Este proceso de contracción combinado con la conservación del momento angular produce que parte de la nube molecular que dio origen a la estrella se mantenga girando alrededor de ésta en un plano, que llamamos “disco circunestelar” o “disco protoplanetario”.

Los discos están compuestos de gas y polvo, y contienen el material a partir del que se forman los planetas y demás objetos que conforman los sistemas planetarios. Esta idea se ve reforzada gracias a las recientes detecciones de planetas en proceso de formación embebidos en discos (Haffert et al. 2019 [6]). Los discos, por tanto, imponen las condiciones para la formación de los planetas, determinando su masa, composición, arquitectura orbital y restringiendo el tiempo requerido para formarlos.

Este último punto es de gran interés, ya que existe una gran discordancia entre los tiempos de vida deducidos a partir de las observaciones y los obtenidos a partir de modelos de evolución simples, siendo los primeros mucho menores que los segundos. Esto motivó a los astrónomos a buscar una respuesta a la pregunta: *¿qué mecanismos pueden estar sucediendo en el interior (o exterior) de un disco protoplanetario para que evolucione tan rápido?* Esa pregunta ha tenido varias y parcialmente satisfactorias respuestas, como por ejemplo, la inestabilidad magnetorrotacional, la fotoevaporación y los vientos del disco (o *disc winds*), este último siendo el centro de este trabajo.

1.1. Breve historia de las ideas sobre los discos protoplanetarios

Las primeras ideas de la formación del Sistema Solar se remontan al año 1644 cuando René Descartes publicó en su libro “*Principia philosophiae*” su famosa teoría de los vórtices. Postuló que el Universo se componía de un líquido invisible que llevaba consigo todos los cuerpos celestes, y que como consecuencia éstos se movían “llevados por la corriente” en forma de vórtices que dieron lugar a los sistemas planetarios, como el Sistema Solar. Cada estrella conformaba un cielo diferente, alrededor del cual giraban los planetas en órbitas no exactamente circulares (como ya se sabía gracias a Kepler), y alrededor de los planetas giraban a su vez otros planetas (satélites) movidos por la misma fuerza de los vórtices. Descartes se las ingenió para evitar decir explícitamente que la Tierra se mueve para no ser castigado por la iglesia, argumentando que la Tierra, así como los demás cuerpos celestes, está en reposo respecto al líquido que la acarrea, por lo tanto es estática.

Sin embargo, fue Emanuel Swedenborg quien, en 1734, en su libro “*Principia*” [7], introdujo la hipótesis nebular para explicar el origen del Sistema Solar y demás sistemas extrasolares. Según Swedenborg, el Sol estaba inmerso en una nube rotatoria que, por la fuerza centrífuga, se fue alejando, formando un anillo que se fragmentó dando lugar así a los planetas, satélites y demás cuerpos. Esta teoría suena sorprendentemente similar a lo que se sabe hoy en día, pero no fue gracias a Swedenborg que se convirtió en canon, sino que fueron Kant y Laplace quienes, de forma independiente en 1796, concluyeron que el Sistema Solar se tuvo que haber formado a partir de la contracción de una gran

nebulosa de gas y polvo, donde la mayor parte de la masa dio lugar a la formación del Sol, y por causa de la conservación del momento angular se formó un disco que, posteriormente, dio lugar a todos los objetos que conforman el Sistema Solar. Esta teoría hoy se conoce como la *teoría de Kant y Laplace*.

Casi 200 años después del establecimiento de la idea de que los planetas provienen de una nube de gas y polvo, Carl Friedrich von Weizsäcker publicó un trabajo titulado “*Über die Entstehung des Planetensystems*” [8] (*Sobre el origen de los sistemas planetarios*) en el que propone y explora la teoría de que los discos de gas que orbitan un cuerpo central (como los anillos de los planetas gaseosos, las galaxias espirales o los discos protoplanetarios) están sujetos a una evolución por viscosidad turbulenta. Sin embargo, fue su alumno Lüst quien en 1952, con su trabajo “*Die Entwicklung einer um einen Zentralkörper rotierenden Gasmasse. I. Lösungen der hydrodynamischen Gleichungen mit turbulenter Reibung*” [9] (*Evolución de una masa de gas que rota en torno a un cuerpo central. I. Soluciones de las ecuaciones hidrodinámicas con viscosidad turbulenta*), resuelve la evolución temporal de los discos incluyendo la viscosidad turbulenta. Con esto, además, pudo explicar el hecho de que el Sol perdiera la mayoría del momento angular del sistema, y que éste se distribuya a lo largo de los planetas, que concentran solamente el 1% de la masa total. Lüst llegó a una solución analítica para la evolución de la densidad superficial y del momento angular. Estos trabajos fueron pioneros ya que introducen el concepto de evolución por viscosidad turbulenta mucho antes de que se conocieran los tiempos típicos de evolución de los discos, e incluso antes de que fuera posible detectarlos de forma directa.

Desde la publicación de estos trabajos hasta el día de hoy el estudio de los discos protoplanetarios ha sido una tarea fructífera para los astrónomos. Desde la detección de exoplanetas a un ritmo exponencialmente creciente hasta imágenes directas de discos y subestructuras en los mismos, el mejoramiento de los instrumentos de observación y la importancia para distintas ramas, como la formación planetaria o la astrobiología, impulsan aun más el empeño en la ampliación del conocimiento sobre esta rama de la astronomía.

1.2. Modelo de evolución viscosa

Consideremos un disco de polvo y gas que gira alrededor de un eje perpendicular a su plano. Sin más consideraciones que estas, la ecuación de movimiento está dada íntegramente por las ecuaciones de Navier-Stokes:

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[2\mu e_{ij} - \frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot \mathbf{v})\delta_{ij} \right],$$

donde ρ es la densidad del fluido, v_i es la velocidad de un elemento de fluido en la dirección x_i , p es la presión, g_i es la aceleración de las fuerzas externas en la dirección x_i , μ es la viscosidad dinámica, e_{ij} es el tensor deformación definido como:

$$e_{ij} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right),$$

y δ_{ij} es la delta de Kronecker.

Si asumimos simetría acimutal y escribimos la ecuación para la coordenada ϕ , las contribuciones del potencial gravitacional y de la presión no aparecerán, quedando la ecuación de movimiento en coordenadas cilíndricas:

$$\frac{\partial v_\phi}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)v_\phi + \frac{v_r v_\phi}{r} = \nu \left(\nabla^2 v_\phi + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{v_\phi}{r^2} \right), \quad (1.1)$$

donde r es la coordenada radial, v_ϕ es la velocidad tangencial, v_r la velocidad radial y ν es la viscosidad cinemática, $\nu = \frac{\mu}{\rho}$. Se puede mostrar que la ecuación 1.1 se escribe:

$$r \frac{\partial}{\partial t}(\rho r v_\phi) + \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \rho v_r v_\phi) = \frac{\partial}{\partial r}(\nu \rho r^2 \frac{\partial}{\partial r} v_\phi - \nu \rho r v_\phi).$$

En el caso de un elemento de masa que orbita una estrella, la velocidad tangencial v_ϕ es (aproximadamente) la velocidad kepleriana, dada por $v_\phi = v_k \equiv \sqrt{\frac{GM}{r}} = r\Omega$, donde Ω es la velocidad angular kepleriana. Entonces:

$$r \frac{\partial}{\partial t} (\rho r^2 \Omega) + \frac{\partial}{\partial r} (r^3 \rho v_r \Omega) = \frac{\partial}{\partial r} (\nu \rho r^3 \frac{\partial}{\partial r} \Omega). \quad (1.2)$$

Para eliminar a v_r de la ecuación, introducimos la ecuación de continuidad en coordenadas cilíndricas:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v_r) = 0. \quad (1.3)$$

Multiplicando la ecuación 1.3 por $r^3 \Omega$ se puede eliminar el término con v_r , quedando:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho r^3 \Omega) = -r^2 \Omega \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v_r). \quad (1.4)$$

Utilizando las ecuaciones 1.4 y 1.2, e introduciendo la velocidad kepleriana Ω en función de r , se llega a la ecuación de evolución viscosa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^{1/2} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \rho r^{1/2}) \right].$$

Asumiendo que el disco es fino, se puede integrar sin problemas en z , por lo que podemos introducir la densidad superficial definida como $\Sigma \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \rho dz$:

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^{1/2} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \Sigma r^{1/2}) \right]. \quad (1.5)$$

La ecuación 1.5 describe la evolución del perfil de densidad del disco cuando tiene cierta viscosidad ν . Puede obtenerse también a partir de consideraciones físicas sencillas (ver Armitage 2010 [10]), pero este enfoque es similar al que se utilizará más adelante en la deducción de la ecuación final (ver sección 1.5.2). La ecuación 1.5 depende fuertemente de la forma funcional de ν , que, en general, dependerá de Σ , por lo que no es una ecuación de resolución trivial. Sin embargo, se pueden sacar conclusiones interesantes a partir de un estudio de orden.

Haciendo un cambio de variable $X \equiv 2r^{1/2}$, $f \equiv \frac{3}{2} \Sigma X$ y asumiendo una viscosidad constante a lo largo de la distancia radial r , la ecuación 1.5 toma la forma típica de una ecuación de difusión:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = D \frac{\partial^2 f}{\partial X^2},$$

con $D = \frac{12\nu}{X^2}$.

La escala temporal de evolución para esta ecuación es $\frac{\Delta X^2}{D} = \frac{(\Delta r)^2}{\nu}$. Tomando un radio característico r , obtenemos la escala temporal de evolución viscosa:

$$\tau_\nu \approx \frac{r^2}{\nu}. \quad (1.6)$$

τ_ν nos dice el tiempo típico que tardaría un disco protoplanetario en disiparse. Es fundamental ya que la combinación de las observaciones con los modelos permiten imponer límites para la viscosidad ν . Podemos estimar τ_ν usando valores típicos de radios de discos protoplanetarios y viscosidad molecular. Armitage (2010) [10] hace una estimación, tomando $r = 10$ ua, y una viscosidad molecular $\nu \sim 2.5 \times 10^7$ cm² s⁻¹, resultando una escala temporal τ_ν del orden de 3×10^{13} años. Esto es a todas luces una inconsistencia con las observaciones, por el simple hecho de que el universo tiene alrededor de 13.7×10^9 años. Esto impulsa la pregunta de cuánto viven realmente los discos, y cuáles son los procesos que ocurren para explicar dichos tiempos de vida, siendo que la simple viscosidad molecular no es suficiente.

1.3. Observaciones

Si bien ya se tenían ideas de la existencia de los discos protoplanetarios desde el siglo XVII y estaba establecida la teoría nebular desde que Kant y Laplace la formularon alrededor de los años 1796, no fue hasta fines del siglo XX que se pudieron ver directamente y discos de polvo y gas alrededor de estrellas (Smith y Terrile, 1984 [11], O'Dell et al. 1993 [12]). Antes de eso, los astrónomos tuvieron que conformarse con evidencias indirectas, que además permitieron inferir propiedades fundamentales como su masa y composición.

En 1968, Eugenio Mendoza publicó la segunda parte de un trabajo observacional que consistió en estudiar la distribución espectral de estrellas T-Tauri [13]. Una de las conclusiones a las que llegó es que la mayoría de las estrellas presenta un exceso importante de emisión en el infrarrojo y en el ultravioleta, siendo este último altamente variable. Lynden Bell & Pringle en 1974 [14] demostraron que los excesos en infrarrojo se deben a la reemisión de la radiación de la estrella por parte del polvo presente en el disco, y los excesos en el ultravioleta se deben a la acreción del gas del disco por la estrella central. Debido a las características de cada uno de estos procesos, el exceso en el infrarrojo dependería principalmente de la densidad y la opacidad del disco, que no cambia bruscamente con el tiempo, mientras que el exceso en el ultravioleta tendría una dependencia con las tasas de acreción que se dan en una escala temporal mucho menor, por lo que presentarían grandes fluctuaciones. Gracias a estos trabajos se descubrió el método más utilizado para la detección y estudio de discos protoplanetarios.

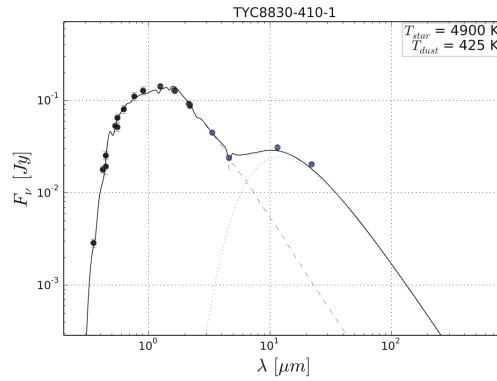


Figura 1.1: Distribución de energía espectral (SED) para la estrella TYC8830-410-1. Notar el exceso de emisión en el infrarrojo que se corresponde con una temperatura mucho menor que la estelar. Extraído de Cotten y Song (2016). [15]

Además de ser un criterio clave para la determinación de la presencia de discos de polvo en torno a estrellas jóvenes, el estudio del exceso de emisión en el infrarrojo permite inferir propiedades del disco, como por ejemplo la temperatura, la masa y el tamaño de las partículas que lo componen. Para longitudes para las que el disco es ópticamente delgado ($\tau_\nu \ll 1$) el flujo recibido dependerá de la masa del disco. Esto sucede para las longitudes más largas, como las milimétricas o submilimétricas. Beckwith [16] aplicó este método a estrellas jóvenes ubicadas en la nube molecular de Tauro, encontrando una masa típica de algunas centésimas de la masa solar. Este método, si bien permite medir solamente la masa de la componente de polvo en el disco, permite estimar la masa total asumiendo una relación entre la cantidad de polvo y gas presente en el mismo. Típicamente se usa una relación gas-polvo (“gas-to-dust ratio”) de 100, aunque recientes observaciones con el telescopio ALMA muestran que este parámetro podría oscilar entre 0.1 y 1000 (Ansdell, 2016 [17]). Por otra parte, para longitudes en las que el disco es ópticamente grueso ($\tau_\nu \gg 1$) es posible derivar la temperatura del disco, asumiendo que la radiación recibida proviene de una profundidad óptica $\tau_\nu \simeq 1$. Esta es una tarea ardua ya que la estimación de un determinado modelo de opacidad induce errores, y este es un parámetro difícil de determinar.

La presencia de gas, por otra parte, puede ser evidenciada por indicios de acreción como un exceso de radiación UV o determinadas líneas de emisión como H_α . En líneas generales, esto se debe a que

el gas que se encuentra cerca de la estrella mediante algún mecanismo pierde momento angular y es acretado, y genera “manchas” cerca de la superficie estelar con altísimas temperaturas, donde se da la emisión. El campo magnético de la estrella juega un rol principal en este proceso, en lo que se conoce como “acreción magnetosférica”, que consiste en la canalización de las partículas cargadas del disco por el campo magnético de la estrella, generando zonas de gran emisión (“accretion shocks”), que es donde se produce la emisión de H_α (Hartmann et al. 1994 [18], Muzerolle et al. 1998 [19]). De esta forma, además de inferir la presencia de discos, se puede estimar la tasa de acreción de gas. Otro indicador de gas es la presencia de líneas de emisión de moléculas como CO y NH_3 , siendo la de CO la más utilizada debido a su abundancia en el material interestelar y a que es relativamente sencilla de observar (Molyarova et al. 2017 [20]).

Finalmente, tenemos imágenes directas de discos protoplanetarios, que, hoy en día, gracias al telescopio ALMA, cuentan con gran resolución, mostrando subestructuras como “gaps”, que podrían ser evidencia de planetas en formación y otros procesos en el disco (figura 1.2).

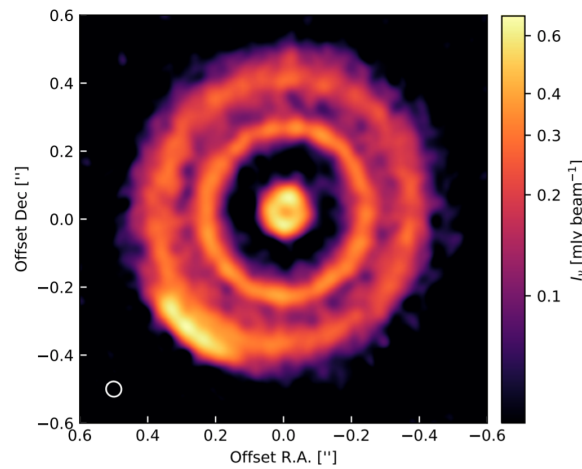


Figura 1.2: Imagen de disco alrededor de la estrella HD 143006. Extraído de Pérez et al. 2018 [21].

1.3.1. ¿Cuánto viven los discos?

La primera medición del tiempo de vida medio de los discos protoplanetarios fue llevada a cabo por Karl Haisch y Elizabeth y Charles Lada en 2001 [22]. Mediante observaciones en la región infrarroja ($3.4\mu m$) de estrellas en cúmulos estelares de diferentes edades (0.3 – 30 Myr) encontraron una relación entre la edad del cúmulo y la fracción de estrellas que mostraban indicios de discos circumstelares. Encontraron que el 50% de los discos se perdían en un tiempo de aproximadamente 3 millones de años, y para un tiempo de 6 millones de años ya no había indicios de discos en ninguna estrella de la muestra.

Eric Mamajek (2009) [23] realizó el mismo trabajo pero utilizando datos acumulados hasta el momento. Se observó que la fracción de discos en estrellas en función a su edad podía aproximarse con una exponencial, con un tiempo característico de 2.5 millones de años.

Trabajos posteriores que incluyen evidencias de gas en el disco muestran que los tiempos de vida del polvo y el gas son similares, de entre de 3 y 8 millones de años (Fedele et al. 2010 [24], Michel et al. 2021 [25]).

Estos resultados imponen una cota importante para la formación planetaria y para la disipación de los discos, especialmente considerando que los modelos simples predicen un tiempo típico de varios órdenes de magnitud más grande.

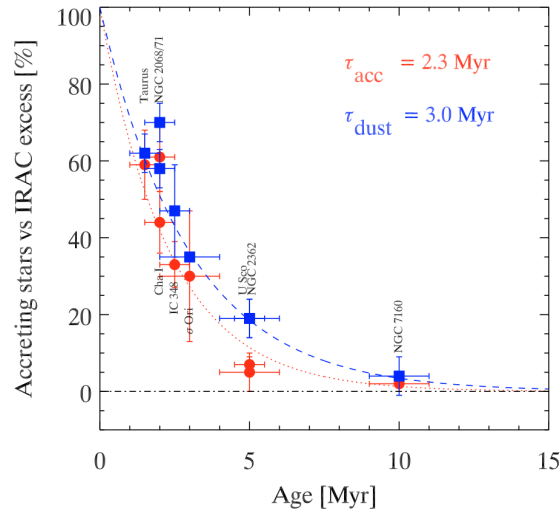


Figura 1.3: Fracción de estrellas con evidencia de discos protoplanetarios en función de la edad, para estrellas de tipos espectrales entre K0 y M5. Esto corresponde a estrellas de baja/mediana masa. Se comparan los tiempos inferidos por evidencias de emisión en el infrarrojo (polvo) y por exceso UV (gas). Extraído de Fedele et al. 2010 [24].

1.3.2. Procesos que ayudan a disipar los discos

A continuación se resumen brevemente los principales procesos que permiten explicar la disipación de los discos. Otros mecanismos, como por ejemplo la formación planetaria (Birnstiel et al. 2016 [26]), podrían tener un rol en la disipación de los discos, aunque en mucha menor medida.

Fotoevaporación

En un disco que está recibiendo radiación desde la estrella central y desde otras estrellas cercanas, parte del gas recibirá energía suficiente como para escapar del sistema. Las regiones del espectro que son capaces de hacer perder el gas pertenecen a la radiación ultravioleta y los rayos X (Alexander et al. 2005 [27], Owen et al. 2012 [28]). Por otra parte, el escape del gas se dará en regiones lo suficientemente lejos de la estrella para que la atracción gravitatoria no impida el escape, pero lo suficientemente cerca como para que la temperatura sea lo suficientemente alta. Esta característica de la fotoevaporación genera la aparición de agujeros (“gaps”) en el disco (Owen et al. 2010 [29]).

Acresión de gas

El exceso de emisión en la región ultravioleta sugiere la generación de grandes cantidades de energía cerca de la superficie de la estrella. Esto, como demostraron Lynden Bell y Pringle [14], se explica y predice muy bien mediante la acresión de gas por parte de la estrella central.

El proceso de acresión puede explicarse mediante diversos mecanismos de transporte o pérdida de momento angular desde las regiones más externas del disco. Sin embargo, en regiones cercanas a la estrella, el campo magnético de la estrella tiene efectos importantes sobre el gas ionizado, que se comporta como un plasma. El gas es acelerado a través del campo magnético y es acretado en ciertas regiones de la estrella, liberando grandes cantidades de energía. Este fenómeno, conocido como “acresión magnetosférica” (Hartmann et al. 1994 [18], Bouvier et al. 2006 [30]), produce y mantiene un hueco entre la estrella y el disco, de unas decenas de veces el radio de la estrella (Königl 1991 [31]).

El mecanismo mediante el cual el momento angular es transportado permitiendo que el material sea acretado es una de las grandes preguntas sobre la evolución de los discos protoplanetarios. La viscosidad molecular no es suficiente para explicar las escalas temporales observadas, por lo que se introduce otro tipo de viscosidad, asociado a turbulencias en el disco.

1.4. Turbulencia

Las ecuaciones de Navier-Stokes predicen la difusión de los discos en escalas de tiempo que dependen directamente de la viscosidad ν . En flujos laminares, ν está dado por la viscosidad molecular, es decir, por la transferencia de momento entre los elementos de fluido. Sin embargo, en un flujo turbulento, hay que tener en cuenta la transferencia de momento producida por los vórtices o torbellinos como una nueva viscosidad denominada viscosidad turbulenta. Esta viscosidad es en realidad una forma de interpretar los efectos de la turbulencia en la disipación del momento en el fluido, ya que los flujos turbulentos son altamente no lineales (en muchos casos caóticos) y no es posible encontrar su comportamiento exacto. De esta forma, un flujo turbulento disipa el momento con mayor efectividad, y esto se traduce en un aumento de la viscosidad efectiva.

Ya en 1943 se comenzaron a estudiar los discos sujetos a viscosidad turbulenta (von Weizsäcker 1943 [8]). Pero solo muy recientemente se ha logrado obtener medidas de la turbulencia en los discos. La turbulencia puede ser estimada a partir de modelos de asentamiento del polvo en el plano medio, dadas las observaciones que permiten determinar el perfil vertical del mismo. Un disco turbulento impedirá que el polvo se asiente en regiones centrales del disco, por lo que se espera que discos menos turbulentos presenten un “doble disco”, donde el polvo se encuentra en el plano medio y el gas se extiende en disperso en la dirección vertical. El estudio de la distribución de energía espectral combinado con modelos de opacidad y estructura de los discos permiten inferir dónde se distribuye el polvo en el disco (Pinte et al. 2016 [32]).

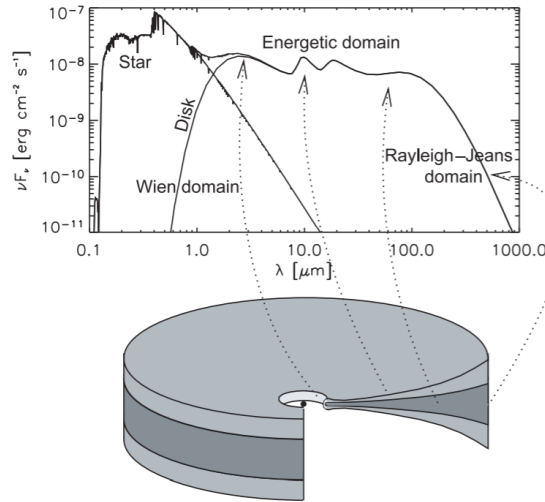


Figura 1.4: Correspondencia entre la distribución de polvo en el disco y distintos elementos en el espectro de una estrella con disco protoplanetario. Extraído de Dullemond et al. 2006 [33]

Una medida más exacta se obtiene determinando directamente la velocidad del movimiento turbulento del gas. Esto se realiza estudiando el ensanchamiento de las líneas espectrales correspondientes a la emisión del gas, comúnmente CO. El ensanchamiento puede deberse a movimientos térmicos y a turbulencias en el disco, siendo muy difícil distinguir un origen del otro sin suficiente resolución espectral. Observaciones con ALMA han permitido mejorar las condiciones en las que se observan estas líneas, pudiendo determinar la velocidad del gas debida a turbulencias con mayor precisión. (Flaherty et al. 2015 [34], Flaherty et al. 2020 [35]).

Sin embargo, estas recientes estimaciones no despejan la duda de cuál es el origen de la turbulencia. Para solventar esta ignorancia, en los modelos se utiliza una parametrización que permite estudiar los discos imponiendo una viscosidad, pero sin asumir un origen para la misma. Esto es la *parametrización de Shakura-Sunyaev*.

1.4.1. Parámetro de Shakura-Sunyaev

Debido a la incertidumbre en los procesos que producen un transporte de momento angular en el disco, se utiliza un parámetro adimensionado conocido como “parámetro de Shakura y Sunyaev” en referencia a quienes lo introdujeron en el año 1973, en el contexto de discos alrededor de agujeros negros. [36]

Consideremos un disco con una escala de altura $H(r)$ y caracterizado por la velocidad del sonido $c_s(r)$. Por un análisis dimensional, podemos concluir que la viscosidad ν debe ser proporcional a $c_s H$, con una constante de proporcionalidad α tal que:

$$\nu = \alpha c_s H.$$

α se conoce como el parámetro de Shakura-Sunyaev, y permite incluir los efectos de viscosidad en los discos sin necesidad de conocer su origen. En este contexto, consideramos que α es producida por turbulencias en el disco, y debe ser menor que 1 ya que la escala de longitud está acotada por la escala de altura (turbulencias con longitudes características mayores que H no perdurarían en el disco) y la escala de velocidad está acotada por c_s (ya que movimientos del fluido a una velocidad mayor que la del sonido generaría ondas de choque que disiparían la turbulencia).

Existe otra definición equivalente, y es utilizar un α tal que

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3} c_s H.$$

Se puede determinar que α debe ser del orden de 10^{-2} para reproducir los tiempos de vida de los discos (Armitage, 2010 [10]), aunque puede ser menor, $\sim 10^{-3}$, cuando también se tiene en cuenta el efecto de la fotoevaporación.

Esta parametrización es de gran utilidad en las simulaciones numéricas, pero tiene una carencia: no nos da información sobre el origen de la turbulencia. Si bien se ha avanzado en la identificación de los procesos que pueden generarla aun existe mucha incertidumbre al respecto.

1.4.2. Inestabilidades hidrodinámicas

En la búsqueda de los procesos que puedan generar la turbulencia en los discos surge el problema de que, en general, procesos puramente hidrodinámicos no serían capaces de generar turbulencias, ya que los discos con perfiles keplerianos de rotación cumplen el criterio de estabilidad de Rayleigh, esto es, un disco será estable frente a perturbaciones si se verifica:

$$\frac{d}{dr}(r^2\Omega) > 0,$$

es decir, el disco será estable si el momento angular específico crece con r . En los discos protoplanetarios, podemos ver que esta condición se cumple. Utilizando el perfil kepleriano:

$$\frac{d}{dr}(r^2\Omega) = \frac{d}{dr} \left(r^2 \sqrt{\frac{GM}{r^3}} \right) \propto r^{-1/2} > 0,$$

por lo tanto los discos son hidrodinámicamente estables (Armitage 2010 [10]).

Existen, sin embargo, algunos mecanismos hidrodinámicos capaces de generar transporte de momento angular, como la inestabilidad gravitacional cuando la masa del disco es considerable (Toomre 1964 [37]) y la VSI (“vertical shear instability”, Urpin y Brandenburg 1998 [38]) que surge del gradiente radial de temperatura. Estos procesos son activamente estudiados hoy en día, pero los mayores avances se encuentran en el área de la magnetohidrodinámica.

1.4.3. Magnetohidrodinámica

Los tipos de inestabilidades que trabajaremos a partir de ahora se circunscriben en el paradigma de la magnetohidrodinámica, por lo que es necesario establecer sus principios básicos. La descripción de las ecuaciones que se realiza en este capítulo se basan parcialmente en el texto de Elena López (2020) [39].

El concepto de la magnetohidrodinámica surge de combinar las ecuaciones de los fluidos (Navier-Stokes) con las ecuaciones del electromagnetismo (Maxwell). La ecuación que nos interesará es la de conservación del momento, o ecuación de Cauchy en forma conservativa. Partimos de la ecuación de Cauchy para fluidos:

$$\frac{\partial(\rho\vec{v})}{\partial t} = -\nabla\vec{p} + \nabla\vec{\sigma} + \rho\vec{g},$$

donde ρ es la densidad del fluido, \vec{v} es la velocidad del elemento de fluido considerado, \vec{p} es la presión existente sobre el fluido, $\vec{\sigma}$ es el tensor de esfuerzos que contiene todas las fuerzas de cizalla sobre el elemento de fluido dadas por la presencia de una cierta viscosidad, y \vec{g} es la aceleración dada por las fuerzas externas, en este caso la gravedad.

Esta ecuación es simplemente la segunda ley de Newton para un fluido. El término de la izquierda es la derivada del momento por unidad de volumen, y a la derecha de la igualdad están las fuerzas, que pueden tener tres orígenes:

1. la presión del fluido ($\nabla\vec{p}$),
2. los esfuerzos de corte generados por la viscosidad ($\nabla\vec{\sigma}$),
3. la gravedad ($\rho\vec{g}$).

Ahora, como queremos tratar un disco afectado también por los campos magnéticos presentes, debemos incluir las fuerzas realizadas por dichos campos. Escribimos entonces la fuerza del campo magnético:

$$F_B = \vec{J} \times \vec{B},$$

donde \vec{J} es la densidad de corriente y \vec{B} es el campo magnético. Introduciendo esta fuerza, la ecuación del momento queda:

$$\frac{\partial(\rho\vec{v})}{\partial t} = -\nabla\vec{p} + \nabla\vec{\sigma} + \vec{J} \times \vec{B} + \rho\vec{g}.$$

La densidad de corriente \vec{J} puede escribirse en términos del campo \vec{B} por medio de la ley de Ampère:

$$\mu_0\vec{J} = \nabla \times \vec{B},$$

donde μ_0 es la permeabilidad del vacío, por lo que podemos reescribir la ecuación de momento una vez más:

$$\frac{\partial(\rho\vec{v})}{\partial t} = -\nabla\vec{p} + \nabla\vec{\sigma} + \frac{1}{\mu_0}(\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B} + \rho\vec{g}.$$

Podemos escribir esta ecuación en términos de un tensor de momento \overleftrightarrow{M} , que incluya los esfuerzos de corte producidos por la viscosidad del fluido (σ) y los producidos por el campo magnético (tensor de Maxwell). Utilizando propiedades del producto vectorial y la definición del tensor de esfuerzos σ se puede mostrar lo siguiente:

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} = -\nabla\overleftrightarrow{M} + \rho g, \quad (1.7)$$

$$\overleftrightarrow{M} = \rho v \otimes v + \frac{B \otimes B}{\mu_0} + \left(P + \frac{B^2}{2\mu_0}\right) I, \quad (1.8)$$

donde \otimes representa el producto tensorial, e I es la matriz identidad.

Las ecuaciones 1.7 y 1.8 componen la nueva ecuación de movimiento para nuestro disco protoplanetario, que incluye los efectos de la viscosidad del disco, el potencial gravitacional y las fuerzas del campo magnético.

MHD no ideal

Las ecuaciones halladas en la sección anterior son válidas para un fluido completamente afectado por el campo magnético y no toman en cuenta la presencia de diferentes especies en el fluido que se comportan de forma distinta frente al campo. Sin embargo, en un disco protoplanetario, es de esperar que no todo el gas esté ionizado, que existan diferentes especies (lo más inmediato es pensar en electrones e iones, que tienen cargas negativas y positivas respectivamente), y que haya polvo, que es neutro frente al campo magnético. Esto produce efectos no ideales que introducen desviaciones respecto al comportamiento del fluido ideal. Estos efectos se pueden resumir en:

1. disipación ohmica, correspondiente a la disipación de las corrientes debido a colisiones entre las partículas,
2. efecto Hall, producido por la desviación entre las cargas positivas y negativas,
3. difusión ambipolar, relacionado con la interacción entre partículas acopladas al campo y las partículas neutras.

1.4.4. Inestabilidad magnetorrotacional

Entre las teorías existentes hoy en día, el proceso que tiene el mayor potencial de crear turbulencias en los discos es la inestabilidad magnetorrotacional [40], [10]. Esta inestabilidad emerge de la interacción del gas ionizado del disco con el campo magnético presente de la nube molecular progenitora. La MRI (“magnetorotational instability”) es una inestabilidad magnetohidrodinámica que surge de la superposición de la tensión magnética que tiende a mantener unidas a las partículas cargadas del disco, y el gradiente de momento angular, que tiende a alejar a las partículas en distintos radios.

En la figura 1.5 puede verse esquemáticamente el funcionamiento de esta inestabilidad. Las fuerzas del campo magnético están representadas por los resortes. Cuando una de las partículas cambia de órbita, éstas tienden a separarse, aumentando la tensión de las líneas de campo, generando un aumento de la velocidad en la partícula con una órbita mayor y una disminución en la otra, aumentando la separación de éstas y reforzando el efecto de la tensión del campo. El momento angular, de esta forma, es transportado hacia afuera.

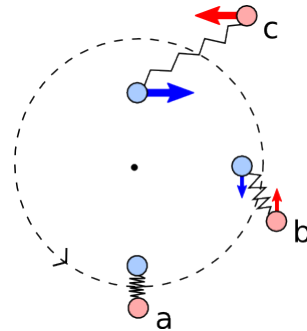


Figura 1.5: Esquema simple de la inestabilidad magnetorrotacional representando la fuerza del campo magnético como resortes.

Se puede deducir una condición para la inestabilidad. Partiendo de las ecuaciones de movimiento para un elemento de fluido, consideramos perturbaciones en el plano del disco de la forma:

$$s \propto e^{i(\omega t - kz)}.$$

Usando las ecuaciones de la MHD ideal y ecuaciones de movimiento, se puede llegar a una relación de dispersión (Armitage 2010 [10]):

$$\omega^4 - \omega^2 \left[\frac{d\Omega^2}{d \ln r} + 4\Omega^2 + 2k^2 \frac{B_z^2}{4\pi\rho} \right] + k^2 \frac{B_z^2}{4\pi\rho} \left[k^2 \frac{B_z^2}{4\pi\rho} + \frac{d\Omega^2}{d \ln r} \right] = 0,$$

lo que define la condición de estabilidad. Si $\omega^2 > 0$ la perturbación generará un movimiento oscilatorio, por lo que será estable. Si $\omega^2 < 0$, ω será imaginario, generando modos con crecimiento exponencial, correspondientes a la MRI. Entonces, la condición para que el disco sea inestable y se desarrolle la MRI es:

$$k^2 \frac{B_z^2}{4\pi\rho} + \frac{d\Omega^2}{d \ln r} < 0,$$

es decir, debe existir una relación entre la componente vertical del campo magnético y el perfil de rotación del disco. Se observa que un campo demasiado intenso inhibe la inestabilidad, por lo que el módulo del campo debe ser pequeño. Esto se confirma con simulaciones, donde un campo demasiado fuerte no permite que la inestabilidad se desarrolle (figura 1.6).

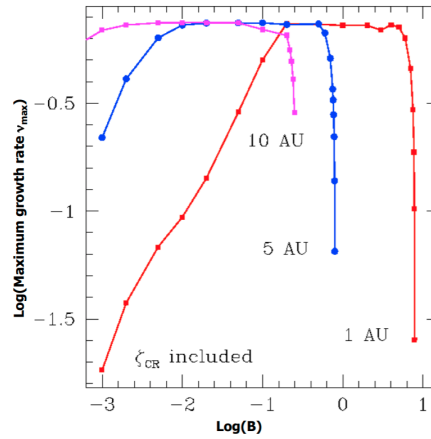


Figura 1.6: Crecimiento del modo más inestable de la MRI para diferentes intensidades de campo magnético. Extraído de Salmeron, 2009 [41]

La MRI ya era conocida fuera del ámbito de la astronomía (Velikhov 1959 [42], Chandrasekhar 1961 [43]), pero fueron Balbus y Hawley quienes, en 1991 [40], propusieron este mecanismo para explicar la turbulencia en los discos. Ellos dividieron su trabajo en dos papers. En el primero analizan la estabilidad lineal del proceso, y en el segundo realizan un análisis no lineal, en donde demuestran que, en efecto, la MRI puede generar turbulencias en los discos, y produciendo parámetros α del orden requerido para explicar las observaciones.

Balbus y Hawley realizaron su análisis bajo el paradigma de la magnetohidrodinámica ideal, es decir, suponiendo que todos los iones están acoplados al campo, y asumiendo que la MRI puede actuar a lo largo de todo el disco. Sin embargo, un análisis más preciso basado en la MHD no ideal muestra que el efecto de la MRI se ve fuertemente atenuado. En regiones donde la ionización es menor (por ejemplo en regiones centrales del disco donde los fotones ionizantes provenientes de la estrella no penetran) estos efectos dominarán y no se desarrollará la MRI. A esta región se la conoce como “zona muerta” (Gammie 1996) [44], y produce que el coeficiente α asociado a la turbulencia caiga a $\sim 10^{-4} - 10^{-5}$, valores mucho menores a los necesarios para explicar los tiempos de vida de los discos.

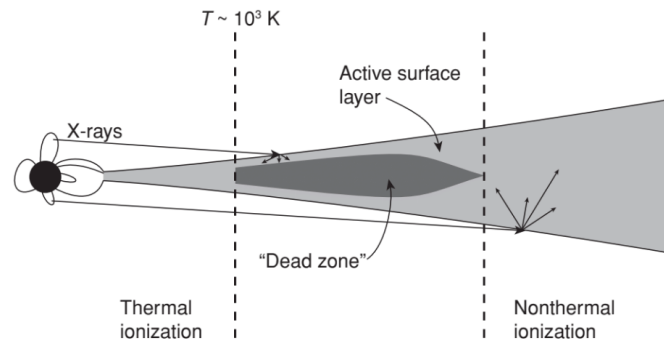


Figura 1.7: Estructura de un disco protoplanetario incluyendo la zona muerta, región en donde no actúa la MRI debido a poca ionización. Notar que las regiones con suficiente ionización corresponden a radios pequeños gracias a la ionización térmica, y a la superficie de radios intermedios y a radios grandes gracias a la ionización de rayos X. Extraído de Armitage (2010) [10].

1.5. Vientos de disco

De la misma forma que con la MRI, el mecanismo de los vientos de disco se conocía fuera del ámbito de los discos protoplanetarios. Fue aplicado a los discos por primera vez por Blandford y Payne en 1982 [45], quienes observaron que un campo magnético a gran escala interactuaría con el material ionizado del mismo, extrayendo momento angular e induciendo acreción. Más adelante, Suzuki e Inutsuka (2009) [46] mostraron que turbulencias magnetohidrodinámicas en la superficie de los discos también generan flujos salientes de gas. A la suma de estos dos fenómenos le llamamos aquí vientos de disco.

1.5.1. Mecanismos

Podemos dividir los efectos de los vientos en dos categorías:

Vientos inducidos por el campo magnético externo La presencia de un campo magnético atravesando un fluido parcialmente ionizado tiene consecuencias importantes en la dinámica del fluido. En este caso, el campo magnético proviene de la nube molecular que dio origen al sistema, y el proceso de contracción del material para dar lugar a la estrella y el disco producen que las líneas del campo se doblen (figura 1.8). Como el disco a su vez está rotando, el campo producirá un torque y extraerá momento angular en forma de eyección de masa, cuando el campo está lo suficientemente inclinado respecto a la superficie del disco (Blandford y Payne 1982 [45]). A su vez, la pérdida de momento angular induce la acreción del gas que resta en el disco. Este proceso se conoce como “*centrifugally driven disc winds*”.

Vientos inducidos por turbulencias Este mecanismo fue propuesto por Suzuki e Inutsuka (2009) [46] y Suzuki et al. (2010) [47], quienes demostraron, mediante simulaciones numéricas, que inestabilidades magnetohidrodinámicas (como la MRI) en la superficie de los discos producen la pérdida de masa mediante la reconexión magnética. Encontraron que la tasa de pérdida de masa por estos vientos dependen de la intensidad del campo, y además, por ser un fenómeno que actúa exclusivamente en la superficie, no es afectado por la formación de una zona muerta.

Los vientos inducidos por efectos magnetohidrodinámicos (“*MHD disc winds*”) toman especial importancia en regímenes dominados por la MHD no ideal, como es el caso de los discos protoplanetarios. Bai (2013) [48] mostró que en discos afectados por la disipación ohmica y la difusión ambipolar la MRI deja de ser efectiva y se generan vientos en la superficie, para los cuales son fundamentales los efectos de MHD no ideal.

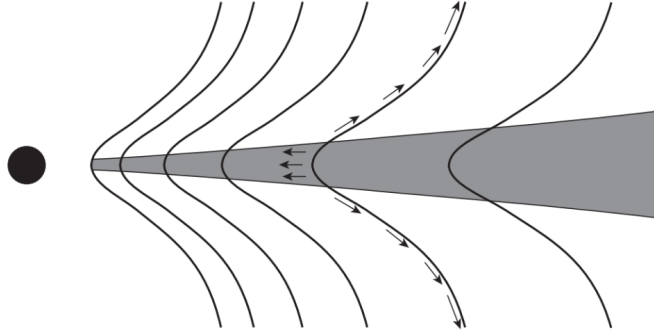


Figura 1.8: Esquema de la estructura del campo magnético que produce los vientos de disco. Las líneas de campo se curvan dentro del disco, y la pérdida de momento angular por el viento induce la acreción. Extraído de Armitage, 2010 [10]

1.5.2. Ecuación de evolución

Las ecuaciones que utilizaremos que describen la evolución de los discos sujetos a viscosidad turbulenta y vientos de disco fueron deducidas casi simultáneamente por Suzuki et al. [4] y por Bai [49] en 2016. A continuación se realiza dicha deducción en detalle, siguiendo el procedimiento de ambos trabajos.

Empezamos planteando la conservación de la masa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v_r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0,$$

donde se consideró un flujo en la dirección vertical, que sabemos que habrá ya que suponemos que existen vientos que extraen masa. Integrando en z , bajo la hipótesis de que el disco es fino, se introduce la densidad superficial Σ :

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Sigma v_r) + (\rho v_z)_w = 0,$$

donde el subíndice w explicita que la fuente del flujo son los vientos de disco (“winds”).

Esta ecuación es la que dará la evolución de Σ , pero necesitamos expresar el flujo radial y vertical $r \Sigma v_r$ y $(\rho v_z)_w$ en función de parámetros del sistema que impondremos. Primero, multiplicamos esta ecuación por $r^3 \Omega$:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Sigma r^3 \Omega) + r^2 \Omega \frac{\partial}{\partial r} (r \Sigma v_r) + r^3 \Omega (\rho v_z)_w = 0. \quad (1.9)$$

A continuación veremos que se puede expresar $r \Sigma v_r$ en función de los parámetros del sistema mediante la conservación del momento angular, dada por las ecuaciones de la magnetohidrodinámica.

Planteamos la ecuación de momento de Cauchy en forma conservativa (ecuación 1.7):

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} = -\nabla \cdot \overleftrightarrow{M} + \rho g.$$

Nos interesa encontrar una expresión para la conservación del momento angular, entonces planteamos la ecuación de movimiento en la coordenada acimutal ϕ .

La componente ϕ de la divergencia del tensor de momento es:

$$(\nabla \cdot M)_\phi = \frac{\partial}{\partial r} M_{r\phi} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \phi} M_{\phi\phi} + (M_{r\phi} + M_{\phi r}) \right] + \frac{\partial}{\partial z} M_{\phi z}.$$

Como el tensor es simétrico, esto se puede escribir:

$$(\nabla \cdot M)_\phi = \frac{\partial}{\partial r} M_{r\phi} + \frac{2}{r} M_{r\phi} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} M_{\phi\phi} + \frac{\partial}{\partial z} M_{\phi z},$$

y esto es:

$$(\nabla \cdot M)_\phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 M_{r\phi}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} M_{\phi\phi} + \frac{\partial}{\partial z} M_{\phi z}.$$

Sustituyendo en la ecuación de momento:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_\phi) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 M_{r\phi}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} M_{\phi\phi} + \frac{\partial}{\partial z} M_{\phi z} + \rho g_\phi = 0. \quad (1.10)$$

Asumimos simetría acimutal, entonces las derivadas en ϕ se van, así como g_ϕ :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_\phi) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 M_{r\phi}) + \frac{\partial}{\partial z} M_{\phi z} = 0.$$

Ahora hay que sustituir el tensor \vec{M} , que está dado por 1.8. El último término de la ecuación 1.8 da la presión, pero en este caso no nos interesa porque no influye en el momento angular. Sustituyendo esto y operando, resulta:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_\phi) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \left(\rho v_r v_\phi + \frac{B_r B_\phi}{4\pi} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho v_z v_\phi + \frac{B_z B_\phi}{4\pi} \right] = 0.$$

Esta ecuación se puede transformar en una ecuación de conservación del momento angular simplemente multiplicando por r :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho r v_\phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \left(\rho v_r v_\phi + \frac{B_r B_\phi}{4\pi} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[r \left(\rho v_z v_\phi + \frac{B_z B_\phi}{4\pi} \right) \right] = 0. \quad (1.11)$$

Ahora, descomponemos la velocidad tangencial en la velocidad kepleriana más una perturbación:

$$v_\phi = r\Omega + \delta v_\phi,$$

entonces podemos sustituir en las derivadas:

$$\rho v_r v_\phi - \frac{B_r B_\phi}{4\pi} = \rho v_r r\Omega + \rho \left(v_r \delta v_\phi - \frac{B_r B_\phi}{4\pi\rho} \right),$$

y

$$\rho v_z v_\phi - \frac{B_z B_\phi}{4\pi} = \rho v_z r\Omega + \rho \left(v_z \delta v_\phi - \frac{B_z B_\phi}{4\pi\rho} \right).$$

Introducimos ahora la parametrización de Shakura-Sunyaev, definiendo los α , que deben ser adimensionados, como:

$$\alpha_{r\phi} = \frac{1}{c_s^2} \left(v_r \delta v_\phi - \frac{B_r B_\phi}{4\pi\rho} \right) \Rightarrow \rho v_r v_\phi - \frac{B_r B_\phi}{4\pi} = \rho v_r r\Omega + \rho \alpha_{r\phi} c_s^2,$$

y

$$\alpha_{\phi z} = \frac{1}{c_s^2} \left(v_z \delta v_\phi - \frac{B_z B_\phi}{4\pi\rho} \right) \Rightarrow \rho v_z v_\phi - \frac{B_z B_\phi}{4\pi} = \rho v_z r\Omega + \rho \alpha_{\phi z} c_s^2,$$

por lo que la ecuación de conservación del momento angular (ecuación 1.11) queda:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho r v_\phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\rho r^2 (v_r r\Omega + \alpha_{r\phi} c_s^2) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho r (v_z r\Omega + \alpha_{\phi z} c_s^2) \right] = 0.$$

Ahora integramos en z para que aparezca la densidad superficial Σ . Término a término:

1.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial t} (\rho r v_\phi) dz = \frac{\partial}{\partial t} (\Sigma r v_\phi) = \frac{\partial}{\partial t} (\Sigma r^2 \Omega),$$

2.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [\rho r^2 (v_r r \Omega + \alpha_{r\phi} c_s^2)] dz = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r^2 \Sigma (v_r r \Omega + \overline{\alpha_{r\phi} c_s^2})],$$

donde $\overline{\alpha_{r\phi}}$ es el promedio vertical ponderado por la masa, definido como:

$$\overline{\alpha_{r\phi}} = \left(\int \rho \alpha_{r\phi} dz \right) / \Sigma,$$

3.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial z} [\rho r (v_z r \Omega + \alpha_{\phi z} c_s^2)] dz = \rho r (v_z r \Omega + \alpha_{\phi z} c_s^2)_w,$$

donde el subíndice w indica que es el momento perdido por el viento. Esto se puede escribir en función de las propiedades del disco en el plano medio y de un parámetro $\overline{\alpha_{\phi z}}$ normalizado por la densidad y velocidad en el plano medio:

$$[\rho v_z r \Omega + \rho \alpha_{\phi z} c_s^2]_w = [\rho v_z]_w r \Omega + \overline{\alpha_{\phi z}} (\rho c_s^2)_{mid}.$$

Juntando todos estos resultados y multiplicando por r se llega a la ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Sigma r^3 \Omega) + \frac{\partial}{\partial r} [r^2 \Sigma (v_r r \Omega + \overline{\alpha_{r\phi} c_s^2})] + z r^2 [(\rho v_z)_w r \Omega + \overline{\alpha_{\phi z}} (\rho c_s^2)_{mid}] = 0. \quad (1.12)$$

Volviendo a la conservación de la masa, usamos la ecuación 1.12 combinada con la ecuación 1.9 para encontrar una expresión para $r \Sigma v_r$:

$$\frac{\partial}{\partial r} [r^2 \Sigma (v_r r \Omega + \overline{\alpha_{r\phi} c_s^2})] + r^2 [(\rho v_z)_w r \Omega + \overline{\alpha_{\phi z}} (\rho c_s^2)_{mid}] = r^2 \Omega \frac{\partial}{\partial r} (r \Sigma v_r) + r^3 \Omega (\rho v_z)_w.$$

Haciendo cuentas, se llega a:

$$r \Sigma v_r \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \Omega) + \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \Sigma \overline{\alpha_{r\phi} c_s^2}) + r^2 \overline{\alpha_{\phi z}} (\rho c_s^2)_{mid} = 0.$$

Usando la definición de Ω :

$$\Omega = \sqrt{\frac{GM}{r}} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \Omega) = \frac{r \Omega}{2}.$$

Despejando $r \Sigma v_r$:

$$r \Sigma v_r = -\frac{2}{r \Omega} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r^2 \Sigma \overline{\alpha_{r\phi} c_s^2}) + r^2 \overline{\alpha_{\phi z}} (\rho c_s^2)_{mid} \right].$$

Sustituyendo esto en la ecuación de continuidad (ecuación 1.5.2) llega finalmente a:

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{2}{r \Omega} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \Sigma \overline{\alpha_{r\phi} c_s^2}) + r^2 \overline{\alpha_{\phi z}} (\rho c_s^2)_{mid} \right\} \right] + (\rho v_z)_w = 0.$$

Para dejar todos los términos en función de parámetros adimensionados, definimos ahora el flujo de masa no dimensionado normalizado por la densidad y velocidad del sonido en el plano medio del disco, C_w :

$$C_w = \frac{(\rho v_z)_w}{(\rho c_s)_{mid}}.$$

Finalmente, la requerida ecuación de evolución queda:

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{2}{r \Omega} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \Sigma \overline{\alpha_{r\phi} c_s^2}) + r^2 \overline{\alpha_{\phi z}} (\rho c_s^2)_{mid} \right\} \right] + C_w (\rho c_s)_{mid} = 0. \quad (1.13)$$

Se puede ver que el segundo término a la izquierda (término difusivo), si se reescribe adecuadamente, es idéntico al de la ecuación 1.5 (ecuación de evolución viscosa). El tercer y cuarto términos en la ecuación 1.13 corresponden entonces a los vientos de disco, el tercer término asociado al torque del campo (parámetro $\alpha_{\phi z}$, proporcional a $B_z B_\phi$) y el cuarto al flujo de masa (introducido en la ecuación de continuidad).

Podemos resumir la ecuación 1.13 en tres contribuciones:

1. evolución por viscosidad turbulenta (término difusivo)
2. torque del viento (término advectivo)
3. pérdida de gas por el viento

A estos tres términos hay que sumarle la pérdida de masa por la fotoevaporación, que se resuelve de forma independiente (ver sección 2.5).

La ecuación 1.13, sumada a la fotoevaporación, es la que se resolverá en este trabajo. La determinación de los parámetros $\overline{\alpha_{r\phi}}$, $\overline{\alpha_{\phi z}}$ y C_w se efectúa a través de simulaciones numéricas. En este trabajo se utilizarán los valores utilizados por Suzuki et al. (2016) [4], a los efectos de poder comparar los resultados.

Capítulo 2

Método

2.1. Descripción del método numérico

Se parte del módulo de evolución gaseosa del código *PlanetaLP* (Ronco et al. 2017 [2], Guilera et al. 2017 [1], Guilera et al. 2019 [50], Venturini et al. 2020 [3]), que resuelve la evolución de un embrión planetario embebido en un disco de gas y polvo. El módulo resuelve por el método de Crank-Nicolson la ecuación 1.5 junto con la fotoevaporación para un dado perfil de densidad inicial y un dado parámetro de Shakura-Sunyaev. Se debe, por tanto, incluir los últimos términos de la ecuación 1.13, que dan cuenta de los vientos de disco.

A continuación se desarrolla el método deducido para el segundo término de la ecuación de evolución. El primer término se resuelve de forma completamente análoga.

Queremos expresar el tercer término de la ecuación 1.13:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{2}{r\Omega} \{ r^2 \overline{\alpha_{\phi z}} (\rho c_s^2)_{mid} \} \right], \quad (2.1)$$

en términos de cantidades conocidas (básicamente, queremos que desaparezca la densidad ρ). Lo primero que haremos es reescribir esta expresión.

Como $(\rho c_s)_{mid} = \frac{\Sigma \Omega}{\sqrt{2\pi}}$, entonces $(\rho c_s^2)_{mid} = \frac{\Sigma \Omega}{\sqrt{2\pi}} c_s$. Además, $\overline{\alpha_{r\phi}} c_s^2 = \frac{3}{2} \nu \Omega$, entonces:

$$(\rho c_s^2)_{mid} = \Sigma \Omega^{3/2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3\nu}{\pi \overline{\alpha_{r\phi}}}},$$

por lo que el término queda:

$$(2.1) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{2}{r\Omega} \left\{ r^2 \overline{\alpha_{\phi z}} \Sigma \Omega^{3/2} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3\nu}{\pi \overline{\alpha_{r\phi}}}} \right\} \right].$$

Haciendo cuentas y sustituyendo $\Omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$ se obtiene:

$$(2.1) = \frac{\sqrt{3\overline{\alpha_{\phi z}}}}{\sqrt{\pi \overline{\alpha_{r\phi}}}} (GM)^{1/4} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^{1/4} \nu^{1/2} \Sigma \right].$$

El problema se ha reducido a una derivada parcial en la coordenada r multiplicada por una constante. Como ya adelantamos, usaremos el método numérico de Crank-Nicolson, que consiste en plantear el punto medio explícito:

$$\frac{\partial f(x, t)}{\partial x} = \frac{f(x+1, t) - f(x-1, t)}{2\Delta x},$$

el punto medio implícito:

$$\frac{\partial f(x, t)}{\partial x} = \frac{f(x+1, t+1) - f(x-1, t+1)}{2\Delta x},$$

y promediarlos, de forma que queda:

$$\frac{\partial f(x, t)}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^{j+1} - f_{i-1}^{j+1} + f_{i+1}^j - f_{i-1}^j}{4\Delta x}.$$

En la última expresión se usó como subíndice la coordenada radial y como supraíndice la coordenada temporal. Sustituyendo en esta expresión $f(r, t) = r^{1/4}\nu^{1/2}\Sigma$:

$$\frac{\partial}{\partial r}(r^{1/4}\nu^{1/2}\Sigma) = \frac{1}{4\Delta r} \left[r_{i+1}^{1/4}\nu_{i+1}^{1/2}\Sigma_{i+1}^{j+1} - r_{i-1}^{1/4}\nu_{i-1}^{1/2}\Sigma_{i-1}^{j+1} + r_{i+1}^{1/4}\nu_{i+1}^{1/2}\Sigma_{i+1}^j - r_{i-1}^{1/4}\nu_{i-1}^{1/2}\Sigma_{i-1}^j \right],$$

donde se tomó la derivada espacial de la viscosidad pero no la temporal como aproximación para asegurar la convergencia de la solución. Reordenando:

$$\frac{\partial}{\partial r}(r^{1/4}\nu^{1/2}\Sigma) = \frac{1}{4\Delta r} \left[r_{i+1}^{1/4}\nu_{i+1}^{1/2}(\Sigma_{i+1}^{j+1} + \Sigma_{i+1}^j) - r_{i-1}^{1/4}\nu_{i-1}^{1/2}(\Sigma_{i-1}^{j+1} + \Sigma_{i-1}^j) \right].$$

Introduciendo los incrementos de la densidad superficial:

$$\Sigma_i^{j+1} = \Sigma_i^j + \delta\Sigma_i,$$

y reordenando convenientemente los términos, se puede llegar a la ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial r}(r^{1/4}\nu^{1/2}\Sigma) = \frac{1}{4\Delta r} \left[r_{i+1}^{1/4}\nu_{i+1}^{1/2}\Sigma_{i+1}^j \left(2\Sigma_{i+1}^j + \delta\Sigma_{i+1} \right) - r_{i-1}^{1/4}\nu_{i-1}^{1/2} \left(2\Sigma_{i-1}^j + \delta\Sigma_{i-1} \right) \right].$$

Es conveniente trabajar con un grillado en escala logarítmica. En las ecuaciones, al efectuar la derivada respecto a r aparece un $1/r$ adicional debido a la derivada de $\log r$. Planteando entonces la variación de la densidad superficial, queda:

$$\delta\Sigma_i = \frac{k\Delta t}{2r_i^2\Delta r} \left(r_{i+1}^{1/4}\nu_{i+1}^{1/2}\Sigma_{i+1}^j \right) + \frac{k\Delta t}{4r_i^2\Delta r} \left(r_{i+1}^{1/4}\nu_{i+1}^{1/2}\delta\Sigma_{i+1} \right) - \frac{k\Delta t}{2r_i^2\Delta r} \left(r_{i-1}^{1/4}\nu_{i-1}^{1/2}\Sigma_{i-1}^j \right) - \frac{k\Delta t}{4r_i^2\Delta r} \left(r_{i-1}^{1/4}\nu_{i-1}^{1/2}\delta\Sigma_{i-1} \right),$$

donde $k = \frac{\sqrt{3\alpha_{\phi z}}}{\sqrt{\pi\alpha_{r\phi}}}(GM)^{1/4}$.

Para encontrar las variaciones de densidad superficial $\delta\Sigma_i$ planteamos una matriz tridiagonal

$$\begin{pmatrix} 1 & c'_1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ a'_2 & 1 & c'_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a'_3 & 1 & c'_3 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a'_4 & 1 & c'_4 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & c'_{n-1} \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & a'_n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta\Sigma_1 \\ \delta\Sigma_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \delta\Sigma_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma'_1 \\ \Gamma'_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Gamma'_n \end{pmatrix},$$

donde

$$a'_i = \frac{k\Delta t}{4r_i^2\Delta r} \nu_{i-1}^{1/2} r_{i-1}^{1/4}$$

$$c'_i = -\frac{k\Delta t}{4r_i^2\Delta r} r_{i+1}^{1/4} \nu_{i+1}^{1/2}$$

$$\Gamma'_i = \frac{k\Delta t}{2r_i^2\Delta r} \left[r_{i+1}^{1/4} \nu_{i+1}^{1/2} \Sigma_{i+1}^j - r_{i-1}^{1/4} \nu_{i-1}^{1/2} \Sigma_{i-1}^j \right].$$

Resolviendo esta matriz se obtienen los $\delta\Sigma_i$, por lo que se tiene la evolución de la densidad.

Para el primer término de la ecuación 1.13 se procede de forma totalmente análoga. La ecuación tridiagonal que se obtiene entonces se suma a la anterior, y queda la evolución por viscosidad y por el torque de los vientos. Para implementar el término del flujo, simplemente se hace:

$$C_w(\rho c_s)_{mid} = C_w \frac{\Sigma}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{GM}{r^3}},$$

$$\delta\Sigma_i = C_w \Delta t \sqrt{\frac{GM}{r^3}} r_i^{-3/2} \Sigma_i,$$

Por tanto, la evolución temporal se resume en la resolución de una matriz tridiagonal de la forma:

$$\begin{pmatrix} b_1 & c_1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_4 & b_4 & c_4 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & c_{n-1} \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & a_n & b_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta\Sigma_1 \\ \delta\Sigma_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \delta\Sigma_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Gamma_n \end{pmatrix},$$

con

$$a_i = \frac{k\Delta t}{4r_i^2\Delta r} \nu_{i-1}^{1/2} r_{i-1}^{1/4} - \left(\frac{3\Delta t}{2r_i^{5/2}\Delta r^2} + \frac{3\Delta t}{8r^{5/2}\Delta r} \right) \nu_{i-1} r_{i-1}^{1/2}$$

$$b_i = 1 + \frac{3\Delta t}{2r^{5/2}\Delta r^2} \nu_i r_i^{1/2} + C_w \Delta t \sqrt{\frac{GM}{2\pi}} r_i^{-3/2}$$

$$c_i = -\frac{k\Delta t}{4r_i^2\Delta r} r_{i+1}^{1/4} \nu_{i+1}^{1/2} + \left(\frac{3\Delta t}{8r^{5/2}\Delta r} - \frac{3\Delta t}{2r^{5/2}\Delta r^2} \right) \nu_{i+1} r_{i+1}^{1/2}$$

$$\Gamma_i = \frac{k\Delta t}{2r_i^2\Delta r} \left[r_{i+1}^{1/4} \nu_{i+1}^{1/2} \Sigma_{i+1}^j - r_{i-1}^{1/4} \nu_{i-1}^{1/2} \Sigma_{i-1}^j \right] +$$

$$+ \left(\frac{3\Delta t}{r^{5/2}\Delta r^2} - \frac{3\Delta t}{4\Delta r} \right) \nu_{i+1} r_{i+1}^{1/2} \Sigma_{i+1}^j - \frac{6\Delta t}{r^{5/2}\Delta r^2} \nu_i r_i^{1/2} \Sigma_i^j + \left(\frac{3\Delta t}{r^{5/2}\Delta r^2} + \frac{3\Delta t}{4r^{5/2}\Delta r} \right) \nu_{i-1} r_{i-1}^{1/2} \Sigma_{i-1}^j.$$

Los términos adicionales surgen de la solución del primer término en la ecuación 1.13.

2.2. Condiciones iniciales y condiciones de borde

Utilizamos las mismas condiciones iniciales de Suzuki et al. 2016 [4]. El perfil inicial de densidad es

$$\Sigma_{ini} = \Sigma_{1ua} \left(\frac{r}{1 \text{ ua}} \right)^{-3/2} \exp \left(-\frac{r}{r_{cut}} \right),$$

donde $r_{cut} = 30 \text{ ua}$. Se tomó una densidad a 1 ua inicial 10 veces mayor que la considerada por Hayashi [51] en la MMSN (“Minimum Mass Solar Nebula”), por lo que $\Sigma_{1ua} = 1.7 \times 10^4 \text{ g/cm}^3$, lo que da una masa total inicial de $M_{ini} = 0.11M_{\odot}$. La masa de la estrella central es $1M_{\odot}$.

En los bordes interno y externo se tomó densidad superficial cero, lo que se traduce en:

$$\begin{cases} a_1 = 0 \\ b_1 = 1 \\ c_1 = 0 \\ \Gamma_1 = 0 \end{cases}$$

para el borde interno, y

$$\begin{cases} a_n = 0 \\ b_n = 1 \\ c_n = 0 \\ \Gamma_n = 0 \end{cases}$$

para el borde externo.

2.3. Temperatura

El perfil de temperatura en el disco es un parámetro importante ya que está directamente relacionado con la velocidad del sonido, dada por:

$$c_s = \sqrt{\frac{k_B T}{\mu m_H}},$$

donde k_B es la constante de Boltzmann, μ es el peso molecular medio y m_H la masa del hidrógeno.

La velocidad del sonido aparece en todos los términos de la ecuación 1.13, por lo que es de suma importancia para los cálculos.

Los procesos que intervienen en la temperatura del disco son la radiación de la estrella central y el calentamiento por viscosidad. La temperatura media se computa haciendo

$$T_{mid}^4 = T_{eq}^4 + T_{vis}^4,$$

donde T_{eq} es la temperatura de equilibrio radiativo, determinada por la irradiación de la estrella central, y T_{vis} es la temperatura por calentamiento viscoso, que estará determinada por la opacidad, viscosidad y el flujo radiativo del disco. Esta ecuación se obtiene a partir de la integración de la ecuación de transferencia radiativa (ver Armitage 2010 [10]).

T_{eq} : Se adoptó el mismo perfil que Hayashi (1981) [51]:

$$T_{eq} = 280 \left(\frac{r}{1 \text{ ua}} \right)^{-1/2}$$

T_{vis} : Se utilizó la prescripción de Nakamoto y Nakagawa (1994) [52]:

$$2\sigma T_{vis}^4 = \left(\frac{3}{8}\tau_R + \frac{1}{2\tau_P} \right) F_{rad},$$

donde F_{rad} es el flujo de radiación en ambas superficies:

$$F_{rad} = 2\sigma T_{sup}^4.$$

F_{rad} puede ser extraído de las ecuaciones de balance de energía de la MHD (ver Suzuki et al., 2016 [4]). En el caso estudiado en este trabajo se utilizó la prescripción de “*weak disc wind*” tal como está definida en Suzuki et al. (2016) [4]:

$$F_{rad} = \epsilon_{rad} \left[\frac{3}{2}\Omega\overline{\alpha_{r\phi}}c_s^2 + r\Omega\overline{\alpha_{\phi z}}(\rho c_s^2)_{mid} \right],$$

con $\epsilon_{rad} = 0.9$, que es la fracción de la energía perdida por radiación, limitando a un 0.1 la fracción transferida a los vientos, lo que significa que solo una parte de la energía gravitacional liberada es utilizada para generar los vientos. En Suzuki et al. (2016) [4] estudian otro caso, el “*strong disc wind*”, donde toda la energía gravitacional perdida por la acreción es transferida a los vientos, pero no se estudiará en este trabajo.

La profundidad óptica de Planck es aproximada por:

$$\tau_P = \text{máx}(2.4\tau_R, 0.5),$$

y la profundidad óptica de Rosseland por:

$$\tau_R = \kappa_R \Sigma / 2,$$

donde

$$\kappa_R = \begin{cases} 4.5 \left(\frac{T}{150K} \right)^2 & T < 150K \\ 4.5 & 150K < T < 1500 \\ 0 & T > 1500, \end{cases}$$

es la opacidad de Rosseland. La deducción de estas aproximaciones se encuentran en Nakamoto y Nakagawa (1994) [52].

Para simplificar la implementación de κ_R se utiliza la función usada por Kunitomo et al. 2020 [5]:

$$\kappa_R = 2.25 \left[1 - \tanh \left(\frac{T - 1500}{150} \right) \right] \times \text{mín} \left[1, \left(\frac{T}{150} \right)^2 \right].$$

Juntando las prescripciones para las opacidades y para el flujo radiativo, se puede llegar a una ecuación en donde interviene solamente la temperatura central y las características locales del disco. Para hallar la temperatura entonces se resuelve la ecuación:

$$0 = T^4 - T_{irr}^4 - \frac{1}{2\sigma} \epsilon_{rad} \Sigma_i \Omega_i \alpha_{r\phi} \sqrt{\frac{k_B T}{\mu m_H}} \left(1.5 \sqrt{\frac{k_B T}{\mu m_H}} + r_i \Omega_i \right) \times \left[\Sigma_i \frac{6.75}{8} \left(1 - \tanh \left(\frac{T - 1500}{150} \right) \right) \text{mín} \left(1, \left(\frac{T}{150} \right)^2 \right) + \frac{0.5}{\text{máx} \left(0.5, 5.4 \Sigma_i \left(1 - \tanh \left(\frac{T - 1500}{150} \right) \right) \text{mín} \left(1, \left(\frac{T}{150} \right)^2 \right) \right) \right], \quad (2.2)$$

donde los subíndices i representan el radio en el que se está midiendo la temperatura T .

Esta ecuación fue resuelta mediante el método de bisección.

2.4. C_w , $\alpha_{r\phi}$ y $\alpha_{\phi z}$

A continuación se describen brevemente los valores de los parámetros de la viscosidad y del viento. Se utiliza la misma prescripción que Suzuki et al. (2016) [4].

El coeficiente de Shakura-Sunyaev correspondiente a la viscosidad turbulenta $\overline{\alpha_{r\phi}}$ se considera, como es usual, constante en todo el disco y en el tiempo. Para discos en donde la ionización es suficiente, se toma un valor de 8×10^{-3} , acorde a los resultados de simulaciones numéricas [47]. Por otra parte, cuando se toman en cuenta los efectos no ideales y se forma la “zona muerta”, $\overline{\alpha_{r\phi}}$ disminuye considerablemente, y se adopta un valor de 8×10^{-5} . A la primera parametrización se le denomina “MRI activo” y a la segunda “MRI inactivo”.

$\overline{\alpha_{\phi z}}$ depende de la intensidad de la componente vertical del campo. Bai (2013) [53] estimó el valor de $\overline{\alpha_{\phi z}}$, obteniendo resultados entre $10^{-5} - 10^{-3}$. Si el campo se mantiene más o menos constante en el tiempo, la disminución de la densidad superficial hará que el torque sea más efectivo, aumentando por tanto $\overline{\alpha_{\phi z}}$, mientras que si el campo disminuye con la densidad superficial, $\overline{\alpha_{\phi z}}$ permanecerá aproximadamente constante [4]. Se adoptan entonces dos casos, uno con $\overline{\alpha_{\phi z}} = 1 \times 10^{-4}$ constante (“constant torque”) y otro con un torque dependiente de la densidad Σ

$$\overline{\alpha_{\phi z}} = \min \left[10^{-5} \left(\frac{\Sigma}{\Sigma_{ini}} \right)^{-0.66}, 1 \right],$$

(“ Σ -dependent torque”).

Para el flujo adimensionado C_w , Suzuki et al. (2016) [4] adoptaron el valor:

$$C_w = \min(C_{w,0}, C_{w,e}),$$

donde $C_{w,0}$ es el valor mínimo para C_w . Por simulaciones, se obtiene que $C_{w,0} \simeq 10^{-5} - 10^{-4}$ (Suzuki e Inutsuka, 2009 [46]) y $C_{w,e}$ se obtiene del balance de energía (ver Suzuki et al. 2016 [4]):

$$C_{w,e} = (1 - \epsilon_{rad}) \left[\frac{3\sqrt{2}\pi c_s^2}{r^2 \Omega^2} \overline{\alpha_{r\phi}} + \frac{2c_s^2}{r\Omega} \overline{\alpha_{\phi z}} \right].$$

Como $C_{w,e}$ depende del coeficiente de la viscosidad $\overline{\alpha_{r\phi}}$, se adoptaron dos valores diferentes para el mínimo, $C_{w,0} = 2 \times 10^{-5}$ y $C_{w,0} = 1 \times 10^{-5}$, correspondientes a cada valor de $\overline{\alpha_{r\phi}}$ utilizado (MRI activo e inactivo respectivamente).

2.5. Fotoevaporación

Se utilizó la prescripción de Owen et al. (2012) [28] para la fotoevaporación por rayos X para discos primordiales y discos con agujeros (gaps), ya que la fotoevaporación evoluciona de manera diferente para ambos casos. En el caso del disco primordial (primeras etapas de la evolución del disco), la evolución del perfil de densidad está dada por la ecuación B2 de Owen et al. 2012 [28], mientras que en el caso del disco con agujeros la evolución está dada por la ecuación B5 de Owen et al. 2012 [28].

La luminosidad de rayos X, L_x , necesaria para modelar la fotoevaporación, se calculó utilizando el modelo de Bae et al. 2013 [54].

2.6. Resumen de casos

En la tabla 2.1 se encuentran los valores utilizados para los parámetros en cada caso analizado, que corresponden a los usados por Suzuki et al. 2016 [4]. Se conservó la misma denominación para facilitar la comparación. Se estudiaron dos casos adicionales, uno con torque constante y otro con fotoevaporación (PEW, “photoevaporative winds”), que se comparó con los resultados de Kunitomo et al. 2020 [5].

Caso	MRI	$\overline{\alpha_{r\phi}}$	$\overline{\alpha_{\phi z}}$	$C_{w,0}$
No DW	Activo	8×10^{-3}	0	0
No DW + PEW	Activo	8×10^{-3}	0	0
No DW + PEW	Inactivo	8×10^{-5}	0	0
Weak DW + zero-torque	Activo	8×10^{-3}	0	2×10^{-5}
Weak DW + constant torque	Inactivo	8×10^{-5}	10^{-4}	10^{-5}
Weak DW + Σ -dependent torque	Inactivo	8×10^{-5}	$10^{-5}(\Sigma/\Sigma_{ini})^{-0.66}$	10^{-5}
Weak DW + Σ -dependent torque + PEW	Inactivo	8×10^{-5}	$10^{-5}(\Sigma/\Sigma_{ini})^{-0.66}$	10^{-5}

Tabla 2.1: Resumen de los valores de los parámetros utilizados. “DW” refiere a los vientos de disco, y “PEW” a la fotoevaporación.

Capítulo 3

Resultados

3.1. Preliminares: sin vientos

La figura 3.1 muestra la evolución de un disco de gas solamente debido a la viscosidad (arriba) y por viscosidad y fotoevaporación (abajo).

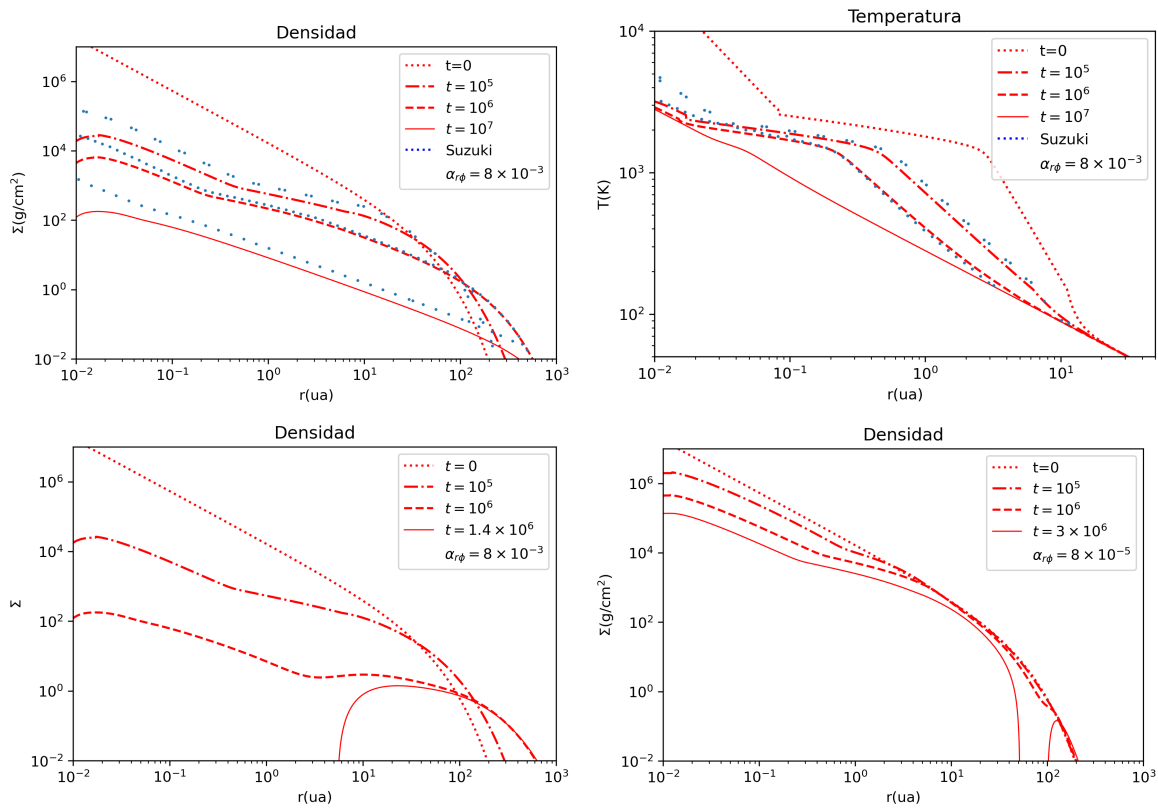


Figura 3.1: Arriba: evolución viscosa. En puntos azules se compara con los resultados obtenidos por Suzuki et al. 2016 [4]. Abajo: Evolución por viscosidad y fotoevaporación, para MRI activo (izquierda, $\overline{\alpha_{r\phi}} = 8 \times 10^{-3}$) e inactivo (derecha, $\overline{\alpha_{r\phi}} = 8 \times 10^{-5}$). Notar que en el primer caso la evolución es hasta los 10 millones de años, mientras que en el segundo y tercer caso la evolución es hasta los 1.4 y 3 millones de años, respectivamente.

El efecto de la viscosidad es de disminuir la densidad superficial de forma homogénea a lo largo del disco, además de aumentar el radio máximo, lo que indica por un lado acreción inducida por la

turbulencia y por otro lado la redistribución del momento angular que hace que parte del gas se aleje de la estrella. En los casos con fotoevaporación se forma un hueco (gap) cerca de las 10 ua, y rápidamente se disipa la parte interna del disco en el caso de MRI activo.

El caso de MRI activo y fotoevaporación es el modelo del que se parte (ecuación 1.5 + fotoevaporación). En el caso de MRI inactivo se observan las consecuencias de los efectos de la MHD no ideal, reduciendo drásticamente la eficiencia de la MRI y aumentando el tiempo de vida del disco. También se observa que el gap producido por la fotoevaporación aparece más lejos, aproximadamente a 100 ua, en comparación con el caso de MRI activo. El disco no se extiende tanto hasta radios mayores ya que la fotoevaporación no es un mecanismo de transporte de momento sino de pérdida de masa, por lo que un menor $\overline{\alpha_{r\phi}}$ producirá menor redistribución de momento, lo que, por el mismo razonamiento que se hizo antes, el gas no se irá hacia regiones lejanas del disco.

3.2. Con vientos

3.2.1. “Weak DW + zero-torque”

En este caso el comportamiento es cualitativamente similar al caso sin vientos. Se observa que el viento domina principalmente en las regiones externas del disco, y causa una evolución más rápida tanto en la densidad superficial como en la temperatura, aunque no genera una diferencia significativa (figura 3.2)

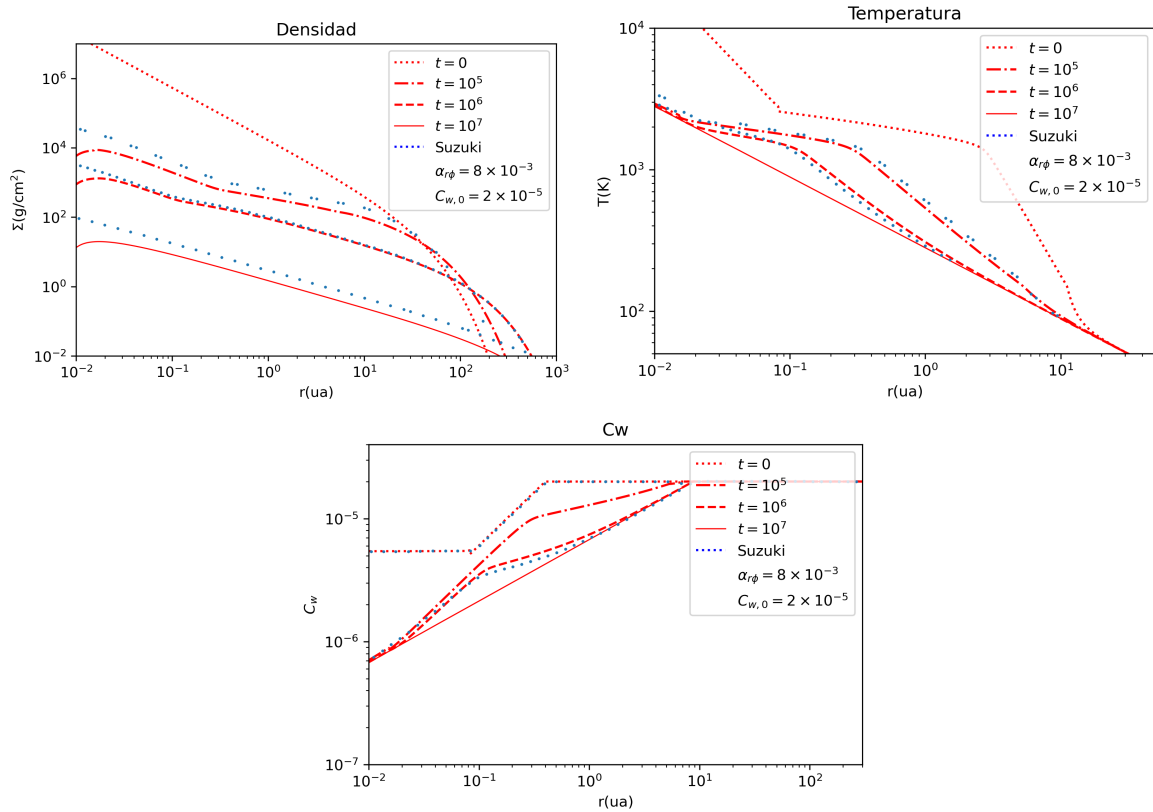


Figura 3.2: Caso “Weak DW + zero torque”, MRI activa ($\overline{\alpha_{r\phi}} = 8 \times 10^{-3}$, $C_w = 2 \times 10^{-5}$)

3.2.2. “Weak DW + constant torque”

El comportamiento cualitativo es similar al caso sin torque. Se observa una menor temperatura en radios pequeños, debido a la reducción del coeficiente de viscosidad que reduce la contribución del calentamiento viscoso a la temperatura.

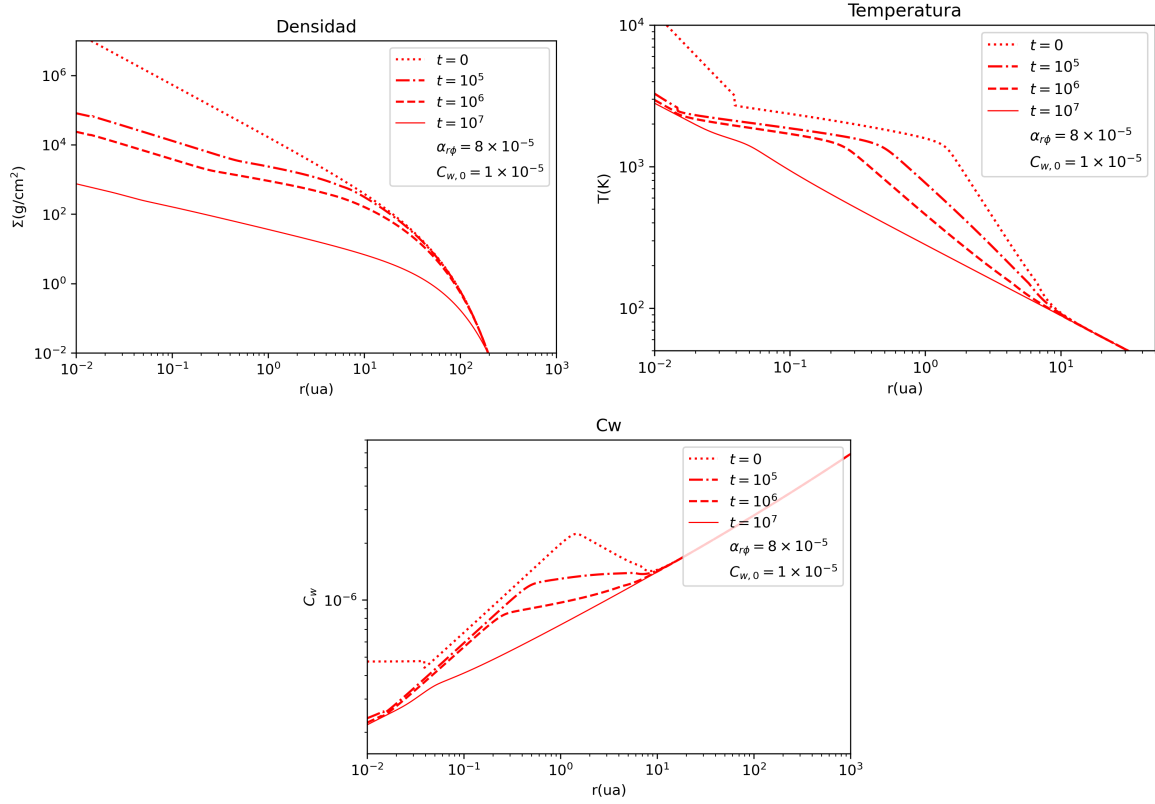


Figura 3.3: Torque constante, MRI inactivo ($\overline{\alpha_{r\phi}} = 8 \times 10^{-5}$, $C_{w,0} = 1 \times 10^{-5}$)

3.2.3. “Weak DW + Σ -dependent torque”

Figura 3.4. En este caso el viento es dominante en la región interna del disco. El coeficiente del torque aumenta rápidamente a partir de $r = 100$ ua, lo que hace a su vez que C_w también crezca, invirtiendo el comportamiento del caso sin torque: ahora C_w domina en el disco interno.

Los resultados obtenidos se ajustan bien a los obtenidos por Suzuki et al. (2016) [4], con diferencias principalmente en la región interna del disco y en los primeros 10^6 años de evolución.

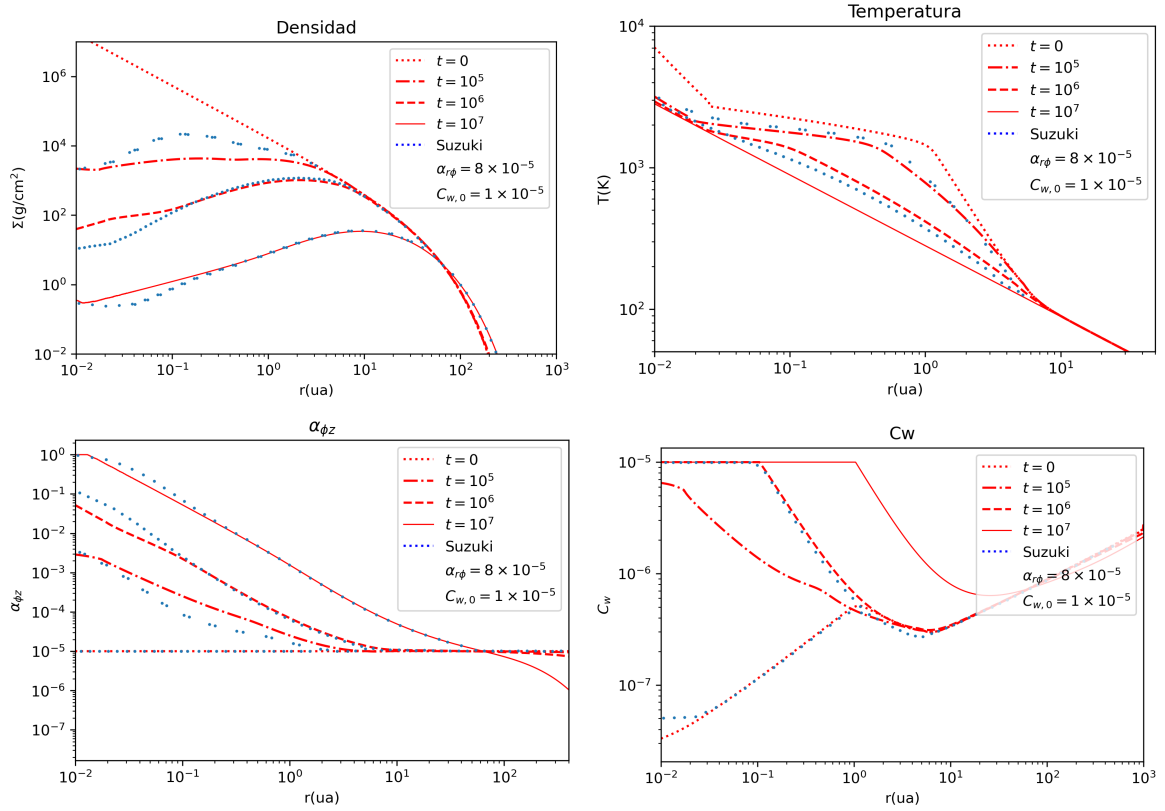


Figura 3.4: Evolución del disco con torque dependiente de la densidad. En azul están los resultados de Suzuki et al. 2016 [4].

3.2.4. “Weak DW + Σ -dependent torque + PEW”

Figura 3.5. Con fotoevaporación el disco evoluciona significativamente más rápido. Como referencia de comparación se muestra el gráfico de la evolución de la densidad superficial obtenido por Kunitomo et al. (2020) [5] que, aunque fue obtenido para el caso “Strong DW” (que corresponde con el límite máximo para la tasa de pérdida de masa por vientos), que no es el estudiado en este caso, se observa un comportamiento cualitativamente similar. Kunitomo et al. [5] mencionan esto en su trabajo.

Tanto el flujo C_w como el torque $\alpha_{\phi z}$ aumentan significativamente en la región donde se abre el agujero de la fotoevaporación, aumentando aun más la pérdida de masa en esa región y acelerando el vaciado. La temperatura, por otra parte, no evoluciona de forma diferente que en los casos sin fotoevaporación.

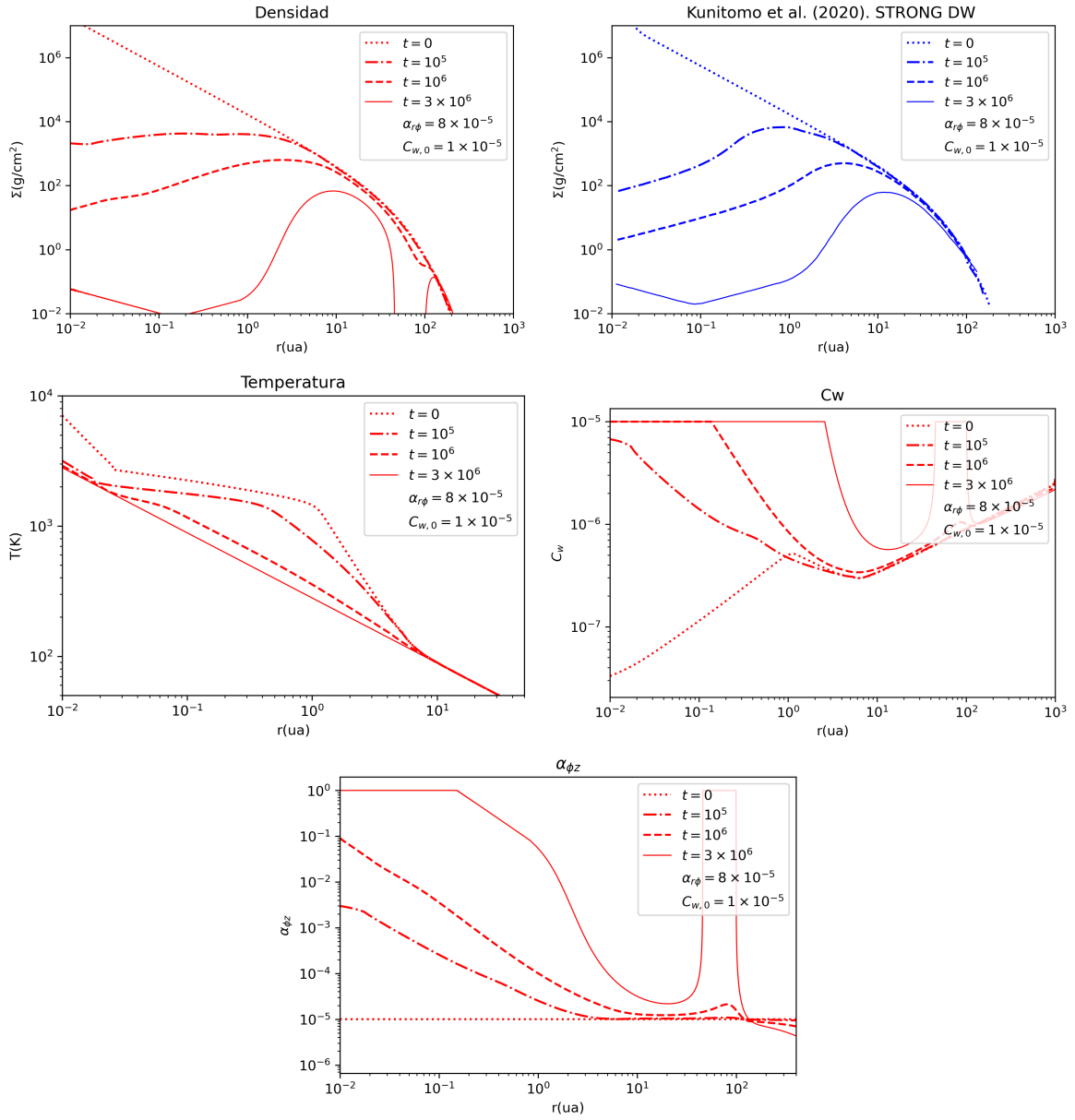


Figura 3.5: Evolución de los perfiles de densidad, temperatura, flujo y torque de viento. Arriba a la derecha se encuentran los resultados de Kunitomo et al. (2020) [5] para el caso de strong DW, que presenta un comportamiento cualitativamente similar al obtenido con el caso weak DW, tal y como mencionan en la publicación original.

Capítulo 4

Discusión y conclusiones

Los casos que permiten reproducir los tiempos de vida observados de los discos son el de MRI activo y fotoevaporación sin vientos, y el de MRI inactivo, con fotoevaporación y con vientos. El caso de MRI inactivo con fotoevaporación y sin vientos claramente no permite una disipación lo suficientemente rápida. A modo de comparación, en la tabla 4.1 se muestra la masa total del disco a los 3 millones de años de evolución para los casos de MRI inactivo.

Caso	$M(M_{\odot})$ (en 3×10^6 años)
No DW + PEW (MRI inactivo)	3.78×10^{-2}
Weak DW + Σ -dependent torque (MRI inactivo)	4.91×10^{-2}
Weak DW + Σ -dependent torque + PEW (MRI inactivo)	2.88×10^{-4}

Tabla 4.1: Masa total del disco a los 3 millones de años para los casos de MRI inactivo.

Se observa que los vientos de disco producen una pérdida neta de masa similar a la fotoevaporación, pero ninguno de los dos casos independientemente logran reducir significativamente la masa del disco pasados los 3 millones de años (masas de $\sim 0.01M_{\odot}$ son discos considerablemente masivos).

Comparando los resultados sin DW y con DW se observa también un cambio cualitativo de la evolución principalmente en la región interna del disco, ya que es allí donde los vientos tienden a ser más prominentes [5]. En los casos estudiados se observa una pendiente positiva en la densidad superficial hasta aproximadamente 4 ua, comenzando en los primeros cientos de miles de años de la evolución del disco [4]. La fotoevaporación altera la evolución principalmente en la zona más lejana del disco, abriendo un gap, y además acelerando la evolución general.

Los efectos de los vientos se aprecian mejor al comparar los casos de MRI inactivo con fotoevaporación con y sin vientos (Weak DW + PEW, Weak DW + Σ -dependent torque + PEW). Se puede observar que los vientos de disco y la fotoevaporación influyen mutuamente. La brecha que abre la fotoevaporación propicia un aumento drástico tanto del torque como del flujo de los vientos (figura 3.5), mientras que en la zona interna los vientos de disco propician un aumento en el efecto de la fotoevaporación, reduciendo significativamente la densidad superficial en los primeros 3 millones de años (figura 4.1).

Este comportamiento está asociado directamente a la forma en que se parametrizaron los vientos, ya que se tomó el caso límite en el que el campo magnético se mantiene constante en el tiempo. Esto implica que a medida que la densidad disminuye el efecto de los vientos se acentúa, generando un runaway que se ve beneficiado por la fotoevaporación. Por este motivo, hay que tener en cuenta que la evolución del campo magnético es un elemento crucial que determina la evolución de los discos, no tan solo en cuanto al tiempo de vida global, sino que también a la evolución del perfil de densidad en el disco.

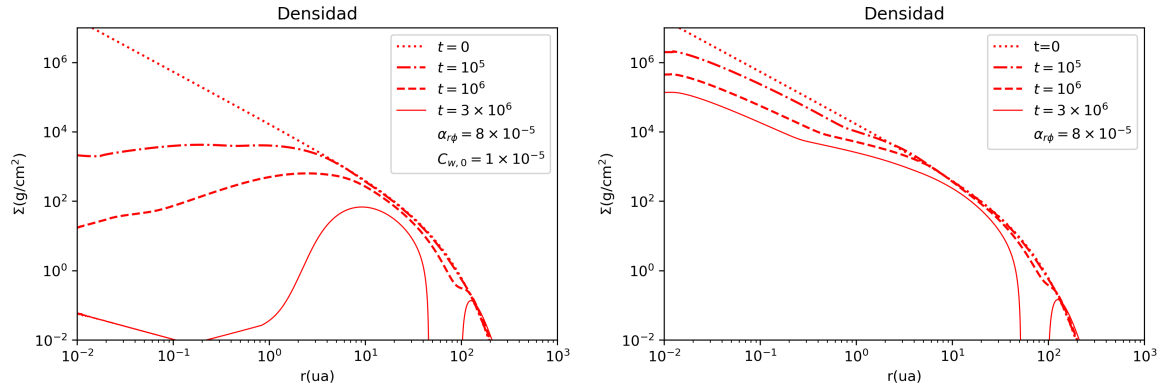


Figura 4.1: Comparación de la evolución de Σ en los casos con vientos de disco (izquierda) y sin vientos de disco (derecha) para el caso de MRI inactivo ($\alpha_{r\phi} = 8 \times 10^{-5}$).

En el caso del MRI inactivo se observa también que el gap de la fotoevaporación se abre en zonas más lejanas del disco. Esto se explica debido a que el gap de la fotoevaporación se forma en las zonas donde la densidad es menor, y en el caso de la evolución más lenta del MRI inactivo, esto corresponde a partes más lejanas del disco. Esto se observa en los casos con y sin torque. En el caso sin torque solamente se abre un gap en torno a las 5 ua, mientras que en el caso con torque además se abre un gap adicional en torno a las 100 ua. Sin embargo, Kunitomo et al. [5] no obtuvieron este segundo gap a 100 ua, debido a diferencias en las parametrizaciones de la fotoevaporación. Más allá de estas diferencias, el comportamiento general es similar, y sugiere que la conexión entre los vientos de disco y la fotoevaporación podría jugar un rol importante en la forma en la que se disipan los discos.

Una característica importante que se observa en los discos con MRI inactivo es que el radio externo del disco no aumenta. Esto podría proporcionar evidencias observacionales de los vientos, en discos con rápida evolución pero compactos, como menciona Armitage (2015) [55].

En cuanto a la evolución del perfil de temperatura en el disco, en todos los casos se observa una rápida tendencia al equilibrio radiativo, ya que la zona de alta temperatura dominada por el calentamiento viscoso va desapareciendo con el tiempo, en todos los casos llegando al equilibrio radiativo luego de pasados los 10 millones de años.

En el ámbito de la formación planetaria y la interacción entre el gas y el polvo en el disco, los cambios observados en la densidad de gas podrían tener efectos importantes:

Migración: Los casos con torque dependiente de Σ muestran que para radios pequeños hay una pendiente positiva de la densidad superficial. Esto podría tener implicancias importantes en la formación planetaria, afectando la migración de planetas pequeños mediante la migración tipo I.

La migración tipo I afecta a planetas de baja masa, que no abrieron una brecha en el disco y por tanto interactúan directamente con el mismo. Esta interacción se traduce en torques ejercidos sobre el planeta tanto positivos como negativos, y la suma de estos torques determinará si el planeta migra hacia adentro o afuera (Ward 1997 [56], Terquem et al. 2000 [57]). Un perfil de densidad positivo podría generar un torque de corrotación que hiciera migrar el planeta hacia radios mayores (Ogihara et al. 2015 [58]).

Formación de planetesimales: El polvo y pebbles del disco son especialmente afectados por la fricción con el gas, generado por la diferencia que hay entre la velocidad de ambos (el gas, debido a la presión de radiación, tiene una velocidad ligeramente subkepleriana), haciendo que pierda momento angular y por lo tanto que se traslade hacia radios menores. Esto se conoce como “drift radial” (Whipple 1972 [59], Weidenschilling 1977 [60]). Un pico de densidad de gas en el disco afecta este fenómeno. Si, como se observa en los casos de torque dependiente de Σ , el gas tiene una zona de mayor densidad,

se podría generar un pico de presión donde se acumule el polvo, frenando el drift y favoreciendo la formación de planetesimales (Ogihara et al. 2018 [61]).

4.1. Incertidumbres

La principal fuente de incertidumbre es introducida por la interrogante de cómo varía el campo magnético en el tiempo y a lo largo del disco. Los coeficientes α para la viscosidad magnetorrotacional y para los vientos de disco dependen directamente de la magnitud y dirección del campo en cada punto del disco.

- En el caso del coeficiente $\alpha_{r\phi}$ se asumió constante a lo largo de todo el disco y a todo momento. Esto es habitual en los modelos de evolución viscosa, pero en la realidad no hay razón para pensar que no varía en alguna de las dos dimensiones (radial o temporal).
- Para $\alpha_{\phi z}$ se tomaron dos parametrizaciones diferentes para explorar comportamientos límite del campo magnético. En el caso de torque constante, el campo magnético disminuiría con el tiempo, y en el caso de torque dependiente de Σ el campo permanecería constante. Nuevamente, la incertidumbre en la evolución de los campos hace que estos resultados no sean concluyentes.
- Los campos magnéticos pueden ser externos o generados por el mismo disco. Los primeros estarían asociados al parámetro $\alpha_{\phi z}$ ya que serían responsables del torque, además de la pérdida de masa mediante la aceleración centrífuga descrita por Blandford y Payne [45], mientras que los segundos no generarían un torque considerable, pero sí podrían producir pérdida de gas por el mecanismo descrito por Suzuki et al. [46]. El campo externo podría pertenecer a la nube molecular progenitora, pero no se conoce con exactitud el tiempo que podrían permanecer presentes. Además, es de esperar que éstos tengan una fuerte dependencia con las condiciones particulares de la formación estelar, haciendo aun mayor el rango de posibilidades en cuanto a las características del campo.

4.2. Conclusiones

Partiendo del código *PlanetaLP* se resolvió la evolución de un disco de gas por viscosidad turbulenta, vientos de disco y fotoevaporación mediante el método de Crank-Nicolson. Utilizando la misma parametrización que proponen Suzuki et al. (2016) [4] se exploraron diferentes casos dados por distintos valores de $\overline{\alpha_{r\phi}}$, $\overline{\alpha_{\phi z}}$ y C_w , tanto con fotoevaporación como sin fotoevaporación. Se reprodujeron los resultados de Suzuki et al. (2016) [4] y Kunitomo et al. (2020) [5]. Los resultados muestran diferencias cualitativas importantes entre los casos con vientos y sin vientos, permitiendo reproducir los tiempos de vida observados cuando se tiene en cuenta valores realistas de la viscosidad turbulenta, y además alterando la evolución de la densidad principalmente en la zona interna del disco, produciendo un perfil de pendiente positiva (densidad que aumenta con el radio en las primeras ~ 10 ua), lo que puede tener consecuencias en la migración planetaria y en la evolución del polvo en el disco [58], [61].

A futuro se realizarán simulaciones de formación planetaria para estudiar el efecto de los vientos de disco en el crecimiento y migración de un planeta.

Bibliografía

- [1] O. Guilera and Z. Sándor. Giant planet formation at the pressure maxima of protoplanetary disks. *Astronomy and Astrophysics*, 604:A10, 2017.
- [2] M. P. Ronco, O. M. Guilera, and G. C. de Elía. Formation of solar system analogues – I. Looking for initial conditions through a population synthesis analysis. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 471(3):2753–2770, 2017.
- [3] J. Venturini, O. Guilera, M. Ronco, and C. Mordasini. Most super-Earths formed by dry pebble accretion are less massive than 5 Earth masses. *Astronomy and Astrophysics*, 644:A174, 2020.
- [4] T. Suzuki, M. Ogihara, A. Morbidelli, A. Crida, and T. Guillot. Evolution of protoplanetary discs with magnetically driven disc winds. *Astronomy and Astrophysics*, 596:A74, 2016.
- [5] M. Kunitomo, T. Suzuki, and S. Inutsuka. Dispersal of protoplanetary disks by the combination of magnetically driven and photoevaporative winds. *Monthly notices of the Royal Astronomical Society*, 000:1–11, 2020.
- [6] S. Haffert, A. de Bohn, J. Boer, I. Snellen, J. Brinchmann, J. Girard, C. Keller, and R. Bacon. Two accreting protoplanets around the young star PDS 70. *Nature Astronomy*, 3(8):749–754, 2019.
- [7] E. Swedenborg. *Principia*. Cambridge University Press, 1 edition, 1734.
- [8] C. F. von Weizsäcker. Über die Entstehung des Planetensystems. *Zeitschrift für Astrophysik*, 22:319–355, 1944.
- [9] R. Lüst. Die Entwicklung einer um einen Zentralkörper rotierenden Gasmasse. I. Lösungen der hydrodynamischen Gleichungen mit turbulenter Reibung. *Zeitschrift für Naturforschung*, 7:87–98, 1952.
- [10] P. Armitage. *Astrophysics of planet formation*. Cambridge University Press, 1 edition, 2010.
- [11] B. Smith and R. Terrile. A Circumstellar Disk Around β Pictoris. *Science*, 226(4681):1421–1424, 1984.
- [12] C. R. O’Dell, Zheng Wen, and Xihai Hu. Discovery of new objects in the Orion Nebula on HST images: shocks, compact sources, and protoplanetary disks. *The astrophysical journal*, 410:969–700, 1993.
- [13] E. Mendoza. Infrared excesses in T Tauri stars and related objects. *The astrophysical journal*, 151:977–989, 1968.
- [14] D. Lynden-Bell and J. E. Pringle. The evolution of viscous discs and the origin of the nebular variables. *Royal astronomical society*, 168:603–637, 1974.
- [15] T. Cotten and I. Song. A comprehensive census of nearby infrared excess stars. *The astrophysical journal supplement series*, 225(15), 2016.

- [16] S. Beckwith, A. Sargent, R. Chini, and R. Güsten. A survey for circumstellar disks around young stellar objects. *The astronomical journal*, 99(3):924–945, 1990.
- [17] M. Ansdell, J. Williams, N. van der Marel, J. Carpenter, G. Guidi, M. Hogerheijde, G. Mathews, C. F. Manara, A. Miotello, A. Natta, I. Oliveira, M. Tazzari, L. Testi, E. van Dishoeck, and S. van Terwisga. ALMA Survey of Lupus Protoplanetary Disks. I. Dust and Gas Masses. *The astrophysical journal*, 828(1):46, 2016.
- [18] L. Hartmann, R. Hewett, and N. Calvet. Magnetospheric Accretion Models for T Tauri Stars. I. Balmer Line Profiles without Rotation. *The Astrophysical Journal*, 426:669, 1994.
- [19] J. Muzerolle, Calvet N., and L. Hartmann. Magnetospheric Accretion Models for the Hydrogen Emission Lines of T Tauri Stars. *The Astrophysical Journal*, 492(2):743–753, 1998.
- [20] T. Molyarova, V. Akimkin, D. Semenov, T. Henning, A. Vaspunin, and D. Wiebe. Gas Mass Tracers in Protoplanetary Disks: CO is Still the Best. *The Astrophysical Journal*, 849(2):130–143, 2017.
- [21] L. Pérez, M. Benisty, S. Andrews, A. Isella, C. Dullemond, J. Huang, N. Kurtovic, V. Guzmán, Z. Zhu, T. Birnstiel, S. Zhang, J. Carpenter, D. Wilner, L. Ricci, X. Bai, E. Weaver, and K. Öberg. The Disk Substructures at High Angular Resolution Project (DSHARP): X. Multiple rings, a misaligned inner disk, and a bright arc in the disk around the T Tauri star HD 143006. *The Astrophysical Journal*, 2018.
- [22] K. Haisch and E. Lada. Disk frequencies and lifetimes in young clusters. *The astrophysical journal*, 553:L153–L156, 2001.
- [23] E. Mamajek. Initial conditions of planet formation: lifetimes of primordial disks. *The astronomical journal*, 111(5):1977–1986, 2009.
- [24] D. Fedele, M. van den Ancker, Th. Henning, R. Jayawardhana, and J. Oliveira. Timescale of mass accretion in pre-main-sequence stars. *Astronomy and Astrophysics*, 510(A72):7, 2010.
- [25] A. Michel, N. van der Marel, and B. Matthews. Bridging the Gap between Protoplanetary and Debris Disks: Separate Evolution of Millimeter and Micrometer-sized Dust. *The Astrophysical Journal*, 921(1):72, 2021.
- [26] T. Birnstiel, M. Fang, and A. Johansen. Dust Evolution and the Formation of Planetesimals. *Space Science Reviews*, 205(1–4):41–75, 2016.
- [27] R. Alexander, C. Clarke, and J. Pringle. Constraints on the ionizing flux emitted by T Tauri stars. *Monthly notices of the Royal Astronomical Society*, 358(1):283–290, 2005.
- [28] J. Owen, C. Clarke, and B. Ercolano. On the theory of disc photoevaporation. *Monthly notices of the Royal Astronomical Society*, 422:1880–1901, 2012.
- [29] J. Owen, B. Ercolano, C. Clarke, and R. Alexander. Radiation-hydrodynamic models of X-ray and EUV photoevaporating protoplanetary discs. *Monthly notices of the Royal Astronomical Society*, 401(3):1415–1428, 2010.
- [30] J. Bouvier, S. H. P. Alencar, T. J. Harries, C. M. Johns-Krull, and M. M. Romanova. Magnetospheric Accretion in Classical T Tauri Stars, 2006.
- [31] A. Königl. Disk Accretion onto Magnetic T Tauri Stars. *The Astrophysical Journal*, 370:L39, 1991.
- [32] C. Pinte, W. Dent, F. Ménard, A. Hales, T. Hill, P. Cortes, and I. de Gregorio-Monsalvo. Dust and Gas in the Disk of HL Tauri: Surface Density, Dust Settling, and Dust-to-gas Ratio. *The Astrophysical Journal*, 816(1):25, 2016.

- [33] C. Dullemond, D. Hollenbach, I. Kamp, and P. D'Alessio. Models of the Structure and Evolution of Protoplanetary Disks, 2006.
- [34] K. Flaherty, A. Hughes, J. Simon, Q. Cunha, X. Bai, A. Bulatek, S. Andrews, D. Wilner, and Á. Kóspál. Turbulent motion in planet-forming disks with ALMA: A detection around DM Tau and nondetections around MWC 480 and V4046 Sgr. *The astrophysical journal*, 895:109–127, 2015.
- [35] K. Flaherty, A. M. Hughes, J. Simon, C. Qi, X. Bai, A. Bulatek, S. Andrews, D. Wilner, and Á. Kóspál. Measuring Turbulent Motion in Planet-forming Disks with ALMA: A Detection around DM Tau and Nondetections around MWC 480 and V4046 Sgr. *The Astrophysical Journal*, 895(2):109, 2020.
- [36] N. Shakura and R. Sunyaev. Black holes in binary systems. Observational appearance. *Astronomy & Astrophysics*, 24:337–355, 1973.
- [37] A. Toomre. On the gravitational stability of a disk of stars. *The Astrophysical Journal*, 139:1217–1238, 1964.
- [38] V. Urpin and A. Brandenburg. Magnetic and vertical shear instabilities in accretion discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 294(3), 1998.
- [39] E. López. Las ecuaciones de Magnetohidrodinámica. Master's thesis, Universidad Autónoma de Madrid, 2020.
- [40] S. Balbus and J. Hawley. A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. I. Linear analysis. *The astrophysical journal*, 376:214–222, 1990.
- [41] R. Salmeron. The role of magnetic fields in star formation. *arXiv e-prints*, page arXiv:0903.1673, 2009.
- [42] E. P. Velikhov. Stability of an ideally conducting liquid flowing between rotating cylinders in a magnetic field. *Journal of Applied Physics*, 36, 1959.
- [43] S. Chandrasekhar. *Hydrodynamic and hydromagnetic stability*. International Series of Monographs on Physics, 1961.
- [44] C. Gammie. Layered Accretion in T Tauri Disks. *The astrophysical journal*, 457:355, 1996.
- [45] R. Blandford and D. Payne. Hydromagnetic flows from accretion discs and the production of radio jets. *Monthly notices of the Royal Astronomical Society*, 199:883–903, 1982.
- [46] T. Suzuki and S. Inutsuka. Disk winds driven by magnetorotational instability and dispersal of protoplanetary disks. *The astrophysical journal*, 691:L49–L54, 2009.
- [47] T. Suzuki, T. Muto, and S. Inutsuka. Protoplanetary disk winds via magnetorotational instability: formation of an inner hole and a crucial assist for planet formation. *The astrophysical journal*, 178:1289–1304, 2010.
- [48] X. Bai and J. Stone. Wind-driven Accretion in Protoplanetary Disks. I. Suppression of the Magnetorotational Instability and Launching of the Magnetocentrifugal Wind. *The astrophysical journal*, 769(1):76, 2013.
- [49] Xue-Ning Bai. *Astronomy* 253 (Spring 2016), 2016.
- [50] O. Guilera, N. Cuello, M. Montesinos, M. Miller Bertolami, M. P. Ronco, J. Cuadra, and F. Masset. Thermal torque effects on the migration of growing low-mass planets. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 486(4):1–20, 2019.
- [51] C. Hayashi. Structure of the Solar Nebula, Growth and Decay of Magnetic Fields and Effects of Magnetic and Turbulent Viscosities on the Nebula. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 70:35–53, 1981.

- [52] T. Nakamoto and Y. Nakagawa. Formation, early evolution, and gravitational stability of protoplanetary disks. *The astrophysical journal*, 421:640–650, 1994.
- [53] X. Bai. Wind-driven accretion in protoplanetary disks. II. Radial dependence and global picture. *The astrophysical journal*, 772(96), 2013.
- [54] J. Bae, L. Hartmann, Z. Zhu, and C. Gammie. The long-term evolution of photoevaporating protoplanetary disks. *The Astrophysical Journal*, 774(57):14, 2013.
- [55] P. Armitage. Physical processes in protoplanetary disks, 2017.
- [56] W. R. Ward. Protoplanet Migration by Nebula Tides. *Icarus*, 126(2):261–281, 1997.
- [57] C. Terquem, J. C. B. Papaloizou, and R. P. Nelson. Disks, extrasolar planets and migration. In *From dust to terrestrial planets*, pages 323–340. Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [58] M. Ogihara, A. Morbidelli, and T. Guillot. Suppression of type I migration by disk winds. *Astronomy and Astrophysics*, 584:L1, 2015.
- [59] F. Whipple. On certain aerodynamic processes for asteroids and comets. In *From Plasma to Planet*, page 211, 1972.
- [60] S. Weideschilling. Aerodynamics of solid bodies in the solar nebula. *Monthly notices of the Royal Astronomical Society*, 180:57–70, 1977.
- [61] M. Ogihara, E. Kokubo, T. K. Suzuki, and A. Morbidelli. Formation of the terrestrial planets in the solar system around 1 au via radial concentration of planetesimals. *Astronomy and Astrophysics*, 612:L5, 2018.
- [62] G. Baker. Emanuel Swedenborg: an 18th century cosmologist. *The physics teacher*, 21:441–446, 1983.
- [63] J. McCaughrean and C. R. O’Dell. Direct imaging of circumstellar disks in the Orion nebula. *The astronomical journal*, 111(5):1977–1986, 1996.
- [64] H. Klahr and W. Brandner. *Planet Formation. Theory, observations, and experiments*. Cambridge University Press, 1 edition, 2006.
- [65] H. Yorke, P. Bodenheimer, and G. Laughlin. The formation of protostellar disks II. Disks around intermediate-mass stars. *Astronomy & Astrophysics*, 315:55–64, 1995.