TEMA 3: Radiación solar

* Leyes de la radiación de un cuerpo negro.
* El Sol. Observación en el visible. La constante solar.
* Leyes de la radiación.
* Leyes de Kirchhoff
* Fotometría. Magnitud absoluta y relativa. Colores.
* Ecuación de transferencia radiativa. Profundidad óptica.
* Albedo Bond y geométrico. Temperatura de equilibrio.
* Magnitudes en el sistema solar.

Leyes de la radiación de un cuerpo negro

Se define como *cuerpo negro* a un objeto ideal que absorbe y re-emite completamente toda la radiación incidente. No obstante, varios objetos de la naturaleza se asemejan a cuerpos negros (p. ej. estrellas, planetas).

La intensidad de la radiación emitida por un cuerpo negro con una temperatura superficial T tiene una distribución en frecuencias ν, o longitudes de onda λ, que sigue la **Ley de Planck**:

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left[h\nu/kT - 1\right]}$$

h: constante de Planck ($= 6,63 \times 10^{-34}$ J s^{-1})
c: velocidad de la luz ($= 3 \times 10^8$ m s^{-1})
k: constante de Boltzmann ($= 1,38 \times 10^{-23}$ J K^{-1})

Esta se puede también expresar en función de λ:

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left[hc/\lambda kT - 1\right]}$$

La intensidad total es:

$$B(T) = \int_0^\infty B_\nu d\nu = \int_0^\infty B_\lambda d\lambda = AT^4$$

donde $A = \frac{2\pi^4 k^4}{15c^2h^3}$.

La densidad de flujo para una radiación isotrópica de intensidad B es:

$$F = \pi B \Longrightarrow F = \sigma T^4$$

que se conoce como *Ley de Stefan-Boltzmann*. La constante $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4}.

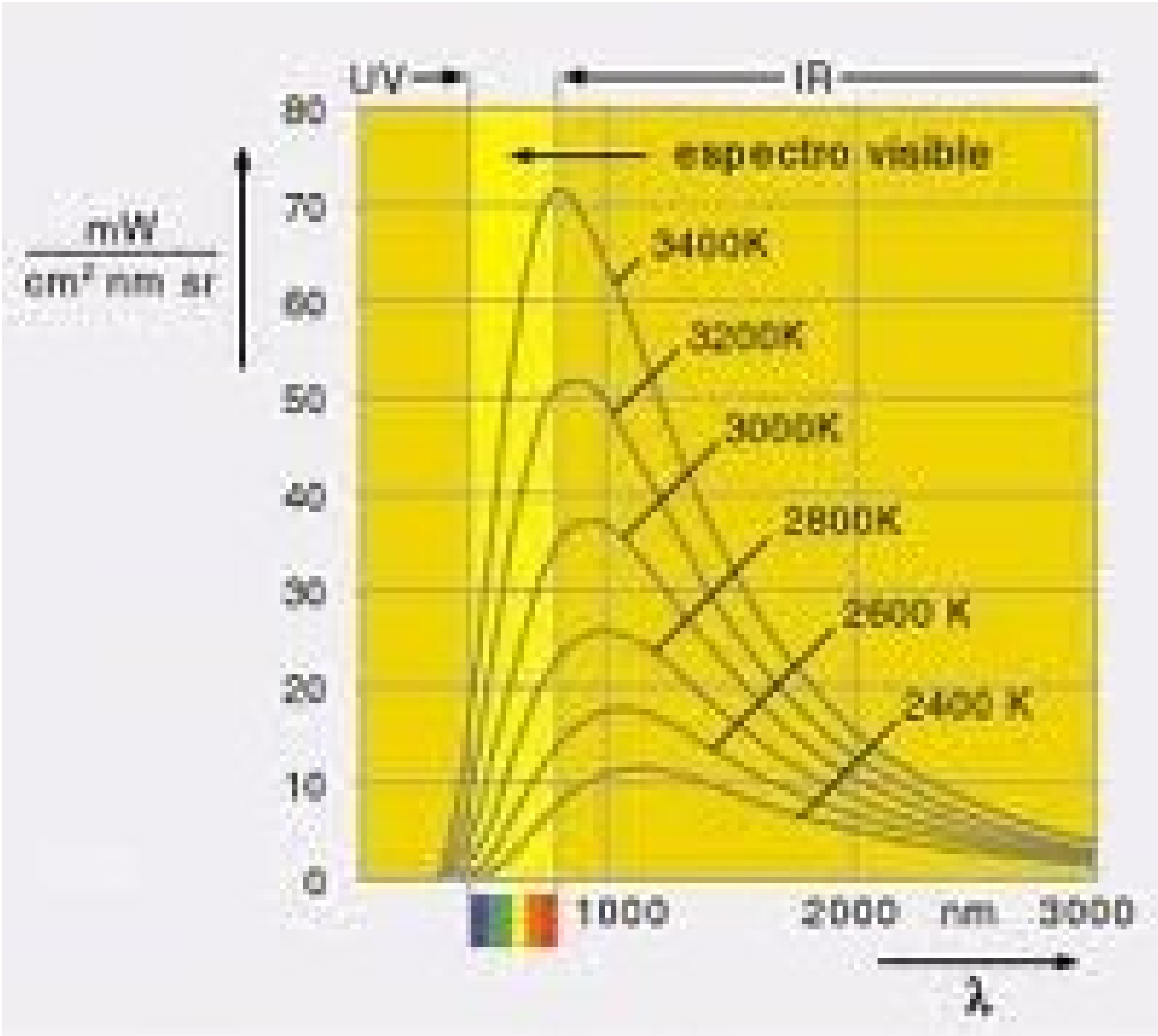
La *luminosidad* L está dada por:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

De la ley de Planck se deduce la *Ley de Wien*:

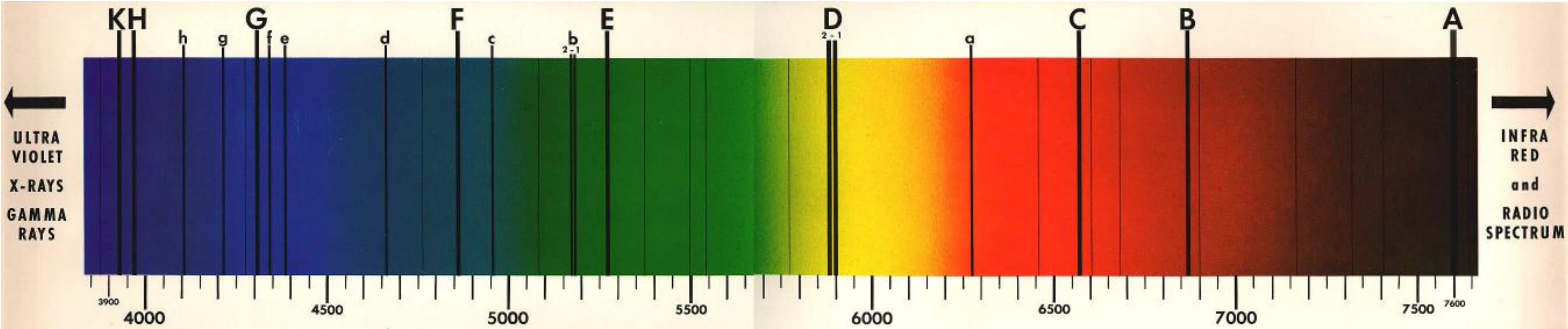
$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} \qquad \text{donde } b = 0,0029 \text{ K m}$$

Curvas de Planck para diferentes temperaturas

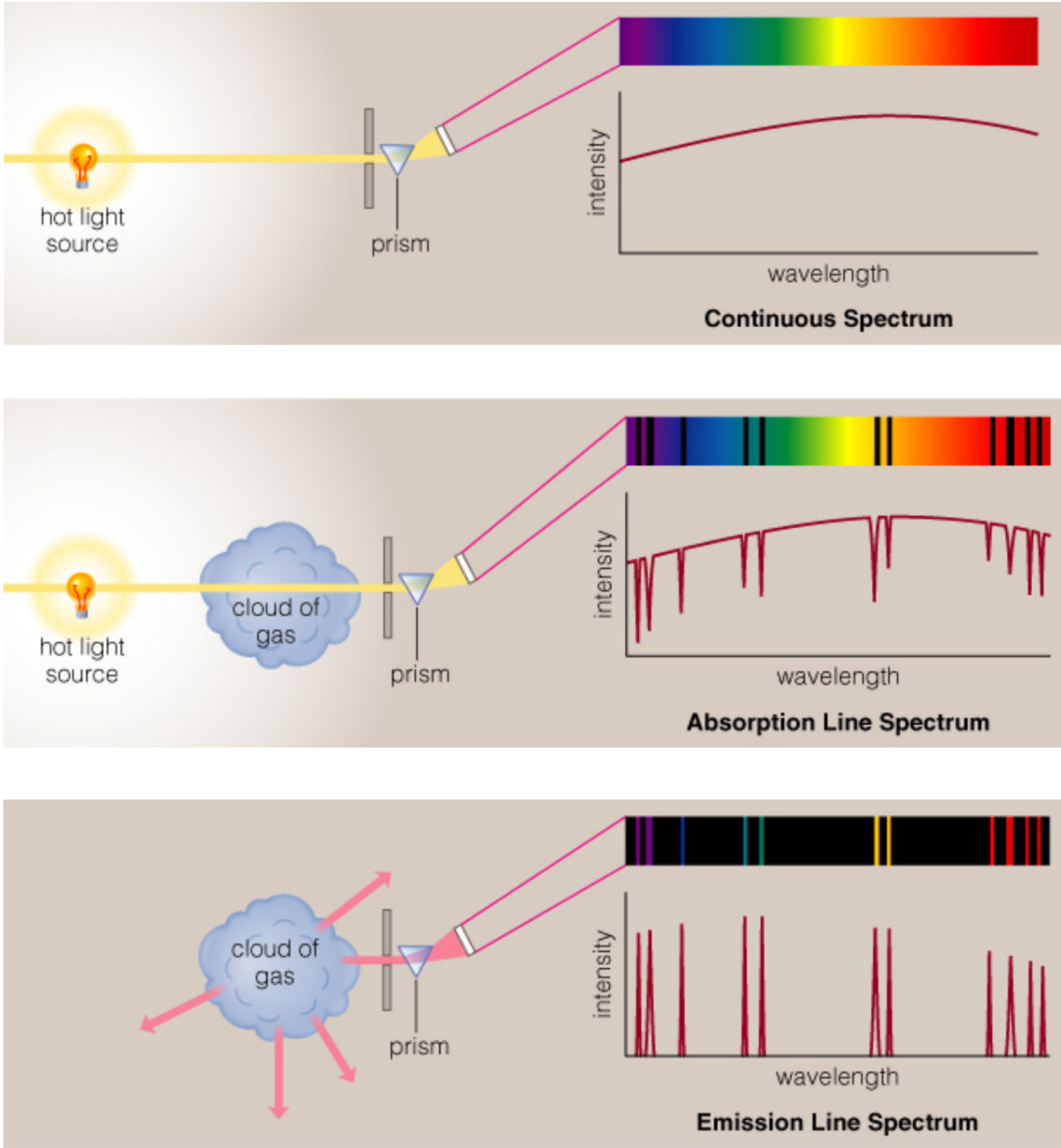


Espectro de Fraunhofer

* Las líneas de absorción en el Sol fueron observadas por primera vez por Joseph Fraunhofer en 1814 sin entender en ese momento su naturaleza física.



Leyes de Kirchhoff



El Sol: Observación en el visible

DATOS GENERALES:
$M_{\odot} = 1,989 \times 10^{30}$ kg
$R_{\odot} = 6,96 \times 10^{5}$ km
$\rho =$ 1,4 g cm^{-3}
$T_{ef} =$ 5785 K
$T_{c} = 1,5 \times 10^{7}$ K

$*$ La baja densidad media del Sol comparada con la de la Tierra (5,5 g/cm^{3}) sugiere que en su constitución química predominan los elementos más livianos (H y He).

La constante solar

∗ Es la cantidad de energía solar que se recibe en la Tierra por encima de la atmósfera (por unidad de área y de tiempo).

Se utilizan diferentes instrumentos como el *piranómetro* que mide la radiación solar global (difusa y directa). El instrumento utiliza un termopar sobre el que incide la radiación, se genera una tensión eléctrica que es la que se mide. El *pirheliómetro* mide en cambio sólo la radiación directa del Sol, y el instrumento debe estar orientado permanentemente hacia el Sol.

Resultado:
Se encuentra un valor para la constante solar de 1370 W/m^2.

Fotometría

$*$ La percepción del ojo humano a diferencias de brillo es logarítmica. Hiparco introdujo una clasificación del brillo de las estrellas en 6 magnitudes. Norman Pogson (1856) refinó la clasificación estableciendo que una estrella de 1ra magnitud era 100 veces más brillante que una de 6ta.

Relación entre magnitud y flujo luminoso

Si una estrella de magnitud $m_o = 1$ tiene una luminosidad L_o, una estrella de magnitud m tendrá una luminosidad L dado por la siguiente relación:

$$m - m_o = -2,5 \log \left(\frac{L}{L_o} \right)$$

Entonces si $m = 6 \Longrightarrow \log \frac{L}{L_o} = -2 \Longrightarrow \frac{L}{L_o} = 0,01.$

La *magnitud absoluta* M corresponde al brillo que tendría una estrella si estuviera a una distancia de 10 pc. Si la distancia real de la estrella es r, tendremos la siguiente relación:

$$\frac{L(r)}{L(10)} = \left(\frac{10\text{pc}}{r} \right)^2$$

$\Longrightarrow$

$$m - M = -2,5 \log \left(\frac{L}{L_o} \right) = -2,5 \log \left(\frac{10\text{pc}}{r} \right)^2$$

$\Longrightarrow$

$$m - M = 5 \log \frac{r}{10\text{pc}}$$

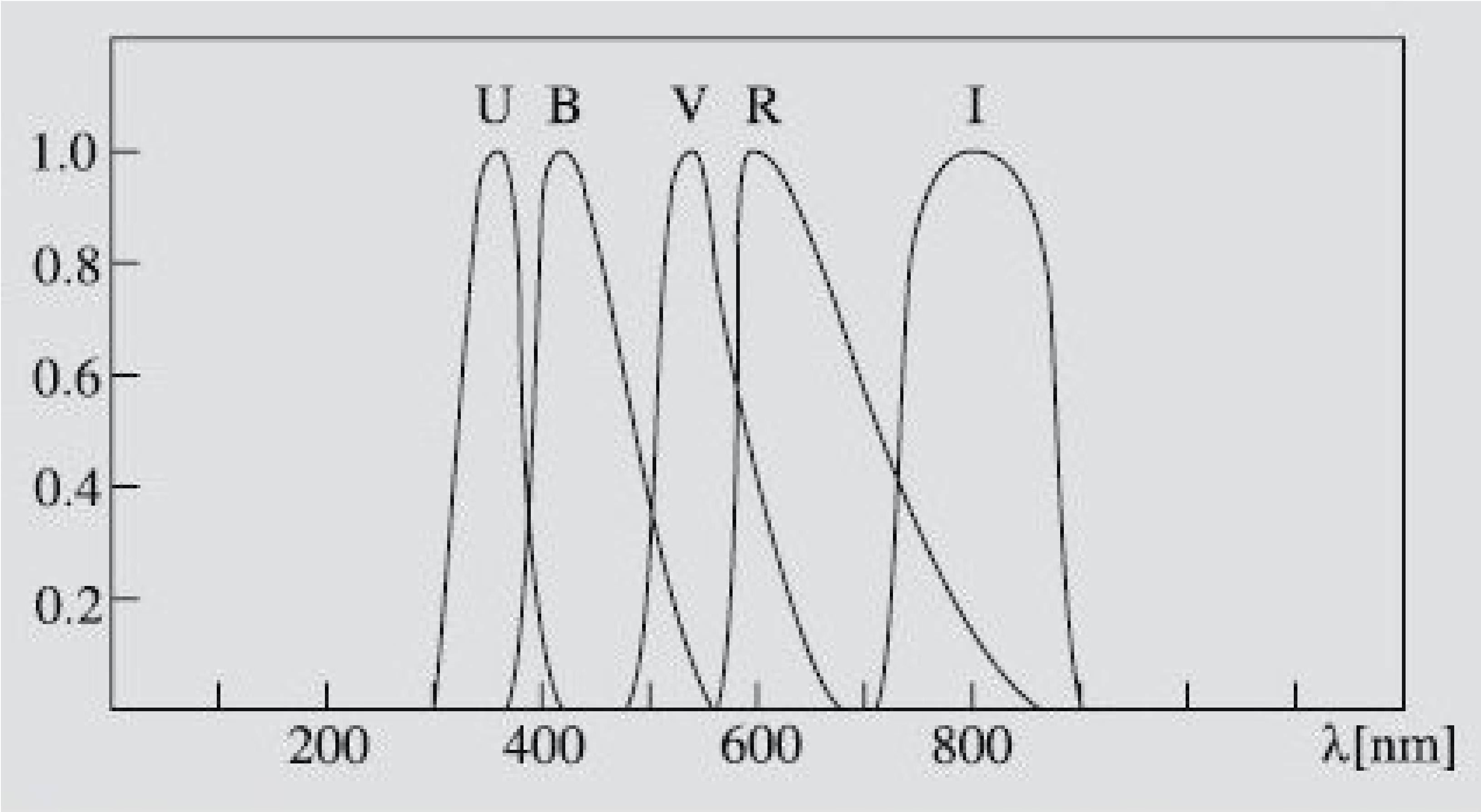
donde $m - M$ es el *módulo de distancia*.

Magnitud bolométrica

Es la magnitud que se obtendría en el caso ideal en que pudiésemos medir la radiación en todas las longitudes de onda. La magnitud bolométrica se puede derivar a partir de la magnitud visual si conocemos la corrección bolométrica CB:

$$m_{bol} = m_V - CB$$

Sistemas de magnitudes y colores



La diferencia entre magnitudes en 2 colores distintos se denomina *Indice de color*. Por ejemplo: B-V

Table 4.1. Wavelength bands of the UBVRI and uvby filters and their effective ($\approx$ average) wavelengths

Magnitude		Band width [nm]	Effective wavelength [nm]
U	ultraviolet	66	367
B	blue	94	436
V	visual	88	545
R	red	138	638
I	infrared	149	797
u	ultraviolet	30	349
v	violet	19	411
b	blue	18	467
y	yellow	23	547

Extinción de la luz

$*$ Los rayos luminosos no viajan en el vacío, sino en un medio material que interactúa con los fotones. Esto lleva a la absorción y difusión de la luz con pérdida de la luminosidad inicial cuando abandonó la fuente. Los principales responsables por la absorción son las partículas de polvo que pueblan el medio interestelar.

En el espacio interestelar tenemos múltiples ejemplos de regiones donde el polvo bloquea la luz de estrellas más alejadas. Estas zonas aparecen como oscuras. Un ejemplo famoso es el *Saco de carbón* cerca de la Cruz del Sur.

La extinción provoca una pérdida de luminosidad dL, la cual es proporcional a la luminosidad L y a la distancia recorrida en el medio dr, es decir:

$$dL = -\alpha L dr$$

donde α es la *opacidad* la cual depende de la longitud de onda de la radiación que atraviesa el medio.

A partir de la opacidad se puede definir la *profundidad óptica* τ:

$$d\tau = \alpha dr \qquad \Longrightarrow \qquad dL = -L d\tau$$

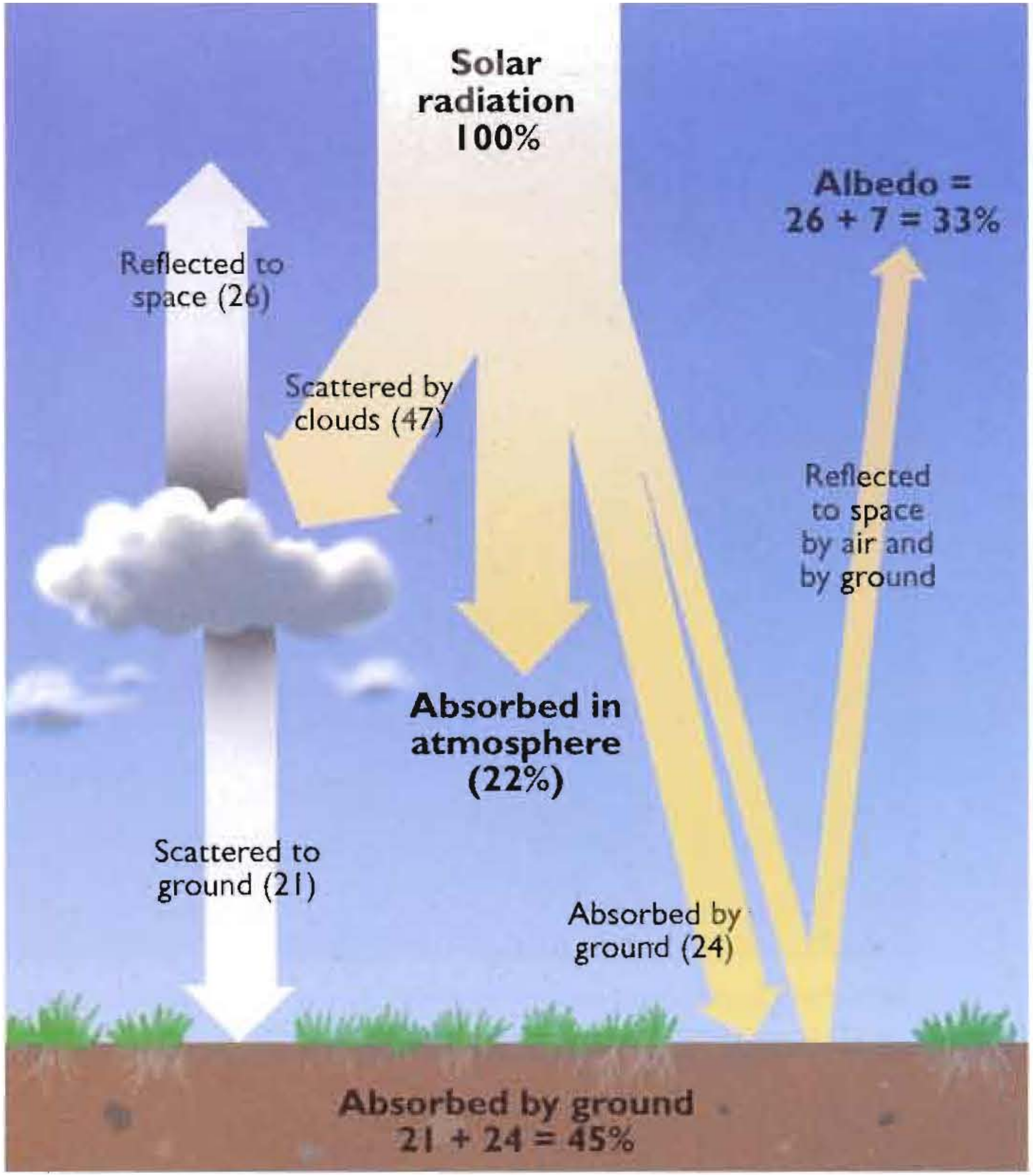
Esta es una ecuación diferencial, si la integramos obtenemos:

$$L = L_o e^{-\tau}$$

El medio que atraviesa la luz puede, además de absorber radiación, emitirla. Sea $j(r)$ la emisión de radiación por unidad de longitud. La ecuación de transferencia radiativa queda en este caso:

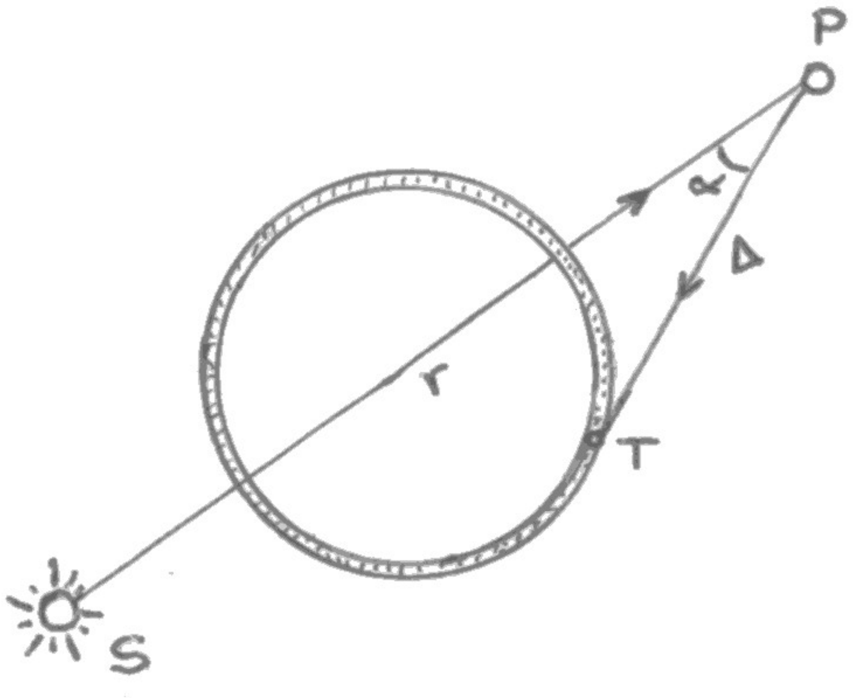
$$dL = -\alpha L dr + j(r) dr$$

Radiación absorbida por un planeta. Albedo



Albedo Bond y geométrico

$*$ Albedo Bond (A): Es el flujo de radiación total reflejado por el planeta en todas las direciones sobre el flujo total incidente. El albedo depende de la longitud de onda λ. En general nos vamos a referir al albedo Bond visual A_v.



Consideremos la radiación incidente sobre el planeta P a distancia r del Sol. Parte de la radiación llegará a la Tierra que está a una distancia Δ de P. El ángulo de fase α es el formado por SPT. El flujo reflejado por el planeta en distintas direcciones a la distancia Δ está dado por la ecuación:

$F_r(\Delta, \alpha) = F_r(\Delta, 0)\phi(\alpha)$

donde $\phi(\alpha)$ es la función de fase.

La energía por unidad de tiempo recibida en el anillo de área $dS = 2\pi\Delta^2 \sin\alpha d\alpha$ está dada por:

$$F_r(\Delta,\alpha)dS = F_r(\Delta,0)\phi(\alpha)2\pi\Delta^2\sin\alpha d\alpha$$

La radiación reflejada en todas las direcciones es:

$$F_r(\Delta,0)2\pi\Delta^2\int_0^\pi \phi(\alpha)\sin\alpha d\alpha$$

La radiación solar interceptada por el planeta de radio R en la unidad de tiempo es:

$$\frac{c_\odot}{r_{ua}^2}\pi R^2$$

donde $c_\odot$ es la constante solar y r_{ua} es la distancia heliocéntrica expresada en ua.

El albedo Bond queda definido como:

$$A = \frac{F_r(\Delta,0)2\pi\Delta^2\int_0^\pi \phi(\alpha)\sin\alpha d\alpha}{\frac{c_\odot}{r_{ua}^2}\pi R^2}$$

Si no hay extinción entre el planeta y la Tierra, se cumple:

$$F_r(\Delta, 0)\Delta^2 = F_r(R, 0)R^2$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación anterior nos queda una relación para el albedo A independiente de R y Δ:

$$A = \frac{F_r(0) 2 \int_0^{\pi} \phi(\alpha) \sin \alpha d\alpha}{\frac{c_\odot}{r_{ua}^2}}$$

$*$ Albedo geométrico (p): Es la fracción de radiación incidente que es reflejada con ángulo de fase $\alpha = 0$.

Tenemos la siguiente relación entre A y p:

$$A = \frac{F_r(0)}{\frac{c_\odot}{r_{ua}^2}} 2 \int_0^{\pi} \phi(\alpha) \sin \alpha d\alpha = pq$$

donde q es la integral de fase.

Temperatura de equilibrio

La energía total emitida por el Sol por seg (luminosidad) es:

$$L_\odot = 4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4$$

donde $T_\odot$ es la temperatura efectiva del Sol y $R_\odot$ el radio.

La cantidad de energía solar que intercepta el planeta de radio R a distancia heliocéntrica r es:

$$4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4 \frac{\pi R^2}{4\pi r^2}$$

de la cual el planeta absorbe (en el visual) $(1 - A_v)$ y el resto la refleja.

Para un planeta en "rotación rápida" el balance térmico define la temperatura de equilibro T de la superficie del planeta:

$$4\pi R^2 \epsilon \sigma T^4 = (1 - A_v)\sigma T_\odot^4 \frac{\pi R^2 R_\odot^2}{r^2}$$

donde ϵ es la emisividad infrarroja del material de la superficie planetaria, en general es $\epsilon \sim 1$. Despejando la temperatura de equilibro de la ecuación anterior queda:

$$T = \frac{T_{\odot} R_{\odot}^{1/2} (1 - A_v)^{1/4}}{2^{1/2} r^{1/2}}$$

En el caso de un planeta de "rotación lenta", se asume que sólo un hemisferio recibe la radiación solar, mientras que en el hemisferio nocturno tenemos $T = 0$. La única diferencia con la ecuación anterior es que como divisor aparece $2^{1/4}$ en lugar de $2^{1/2}$.

Temperatura subsolar

En un modelo más complejo, la temperatura de equilibrio dependerá de la distancia cenital z del Sol. El flujo absorbido estaría dado en este caso por:

$$F_{\odot} \frac{R_{\odot}^2}{r^2} \cos z (1 - A)$$

y el reemitido: σT^4.

Igualando se obtiene la temperatura T en función de z. La *temperatura subsolar* es la que corresponde al punto de la superficie en que el Sol está en el cenit ($z = 0$).

Insolación

Es la cantidad de energía solar, $S_\odot$, recibida por un elemento de área de la superficie del planeta al cabo del día. La misma está dada por:

$$S_\odot = \int_{t_{sal}}^{t_{pue}} F_\odot \frac{R_\odot^2}{r^2} \cos z dt$$

Es más conveniente trabajar con el ángulo horario del Sol $H_\odot$. Si P_r es el período sinódico de rotación del planeta, la variación del ángulo horario $dH_\odot$ está relacionada con la variación del tiempo dt por medio de:

$$dH_\odot = \frac{2\pi}{P_r} dt$$

Asimismo, podemos expresar la distancia cenital en función de la latitud del lugar ϕ y de la declinación del Sol $\delta_\odot$:

$$\cos z = \sin\phi \sin\delta_\odot + \cos\phi \cos\delta_\odot \cos H_\odot$$

Sustituyendo en la integral nos queda:

$$S_\odot = 2\int_0^{H_{pue}} F_\odot \frac{R_\odot^2}{r^2}(\sin\phi \sin\delta_\odot + \cos\phi\cos\delta_\odot\cos H_\odot)\frac{P_r}{2\pi}dH_\odot$$

que integrada da:

$$S_\odot = 2F_\odot \frac{R_\odot^2}{r^2}\frac{P_r}{2\pi}(\sin\phi\sin\delta_\odot H_{pue} + \cos\phi\cos\delta_\odot\sin H_{pue})$$

donde:

$$\cos H_{pue} = -\tan\delta_\odot \tan\phi$$

Magnitudes en el sistema solar

Podemos calcular la magnitud de un objeto sólido, asumiendo que es esférico de radio R y albedo geométrico (visual) p_v, a una distancia r del Sol. El flujo solar reflejado en la superficie del objeto y recibido en la Tierra a un ángulo de fase α está dado por:

$$F_r(\Delta, \alpha) = \frac{c_\odot}{r_{ua}^2} \frac{R^2 p_v \phi(\alpha)}{\Delta^2}$$

Notemos que r_{ua} está dado en ua. si expresamos Δ en ua y R en km, tenemos que dividir la ecuación anterior por $(1.5 \times 10^8)^2$.

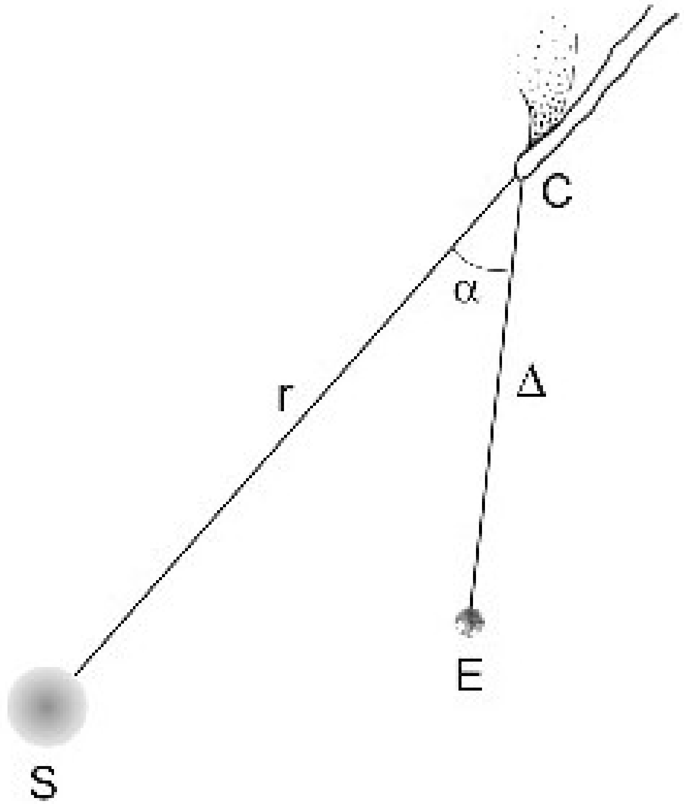
Tomando logaritmos y teniendo en cuenta que $m = C - 2.5 \log F_r(\Delta, \alpha)$ y $m_\odot = C - 2.5 \log F_\odot$ son las magnitudes aparentes (visuales) del objeto y del Sol respectivamente, obtenemos:

$$m = 14.11 - 5 \log R - 2.5 \log p_v \phi(\alpha) + 5 \log r\Delta$$

donde hemos adoptado $m_\odot = -26.77$.

La magnitud absoluta del objeto H se define como la magnitud que tendría si estuviera a distancias $r = \Delta = 1$ ua y a un ángulo de fase $\alpha = 0$, en cuyo caso $\phi(0) = 1$. Con estos valores numéricos, la ecuación anterior nos queda:

$$H = 14.11 - 5\log R - 2.5\log p_v$$



Geometría
Sol-Tierra-objeto

Podemos adoptar la relación empírica : $-2.5\log\phi(\alpha) = \beta_v\alpha$, donde β_v es el coeficiente de fase en el visible. Se ha derivado un valor promedio empírico de $\beta_v = 0.04$ mag grado^{-1} para asteroides oscuros y algunos núcleos cometarios. Usando la relación anterior nos queda:

$$H = m - 5\log r\Delta - 0.04\alpha$$

En el caso de los cometas debemos distinguir entre la magnitud total M_T y la magnitud nuclear m_N. El brillo aparente total de un cometa B_T (núcleo + coma) varía con su distancia heliocéntrica r y su distancia geocéntrica Δ, de acuerdo a la ley:

$$B_T = B_o r^{-n} \Delta^{-2}$$

Una ley de reflexión pura daría un exponente $n = 2$, pero los cometas muestran usualmente exponentes $n > 2$ lo cual indica que al aproximarse al Sol aumentan el brillo mucho más rápidamente que un cuerpo sólido desnudo. La magnitud total aparente es:

$$m_T = H_T + 2.5n\log r + 5\log\Delta$$

donde H_T es la magnitud total absoluta. A menudo se define la magnitud total absoluta H_{10} que asume la asunción adicional de un exponente $n = 4$, lo cual representa un promedio de pendientes observadas en un número alto de curvas de luz de cometas.