

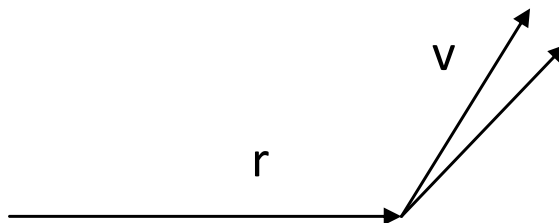
MECANICA CELESTE

PRIMER PARCIAL

Octubre 2014

1. (3 puntos) Un asteroide que se encuentra en una órbita elíptica, habiendo ya pasado por el perihelio, en el momento en que su vector velocidad forma un ángulo $\phi = 45^\circ$ con su vector posición heliocéntrica recibe un impacto que no altera el módulo de su velocidad pero sí varía su dirección en un pequeño ángulo $\Delta\phi$ sin alterar su plano orbital. Demostrar que si $\Delta\phi$ está expresado en radianes su excentricidad varía en una cantidad

$$\Delta e = (e - 1/e)\Delta\phi$$



2. (3 puntos) Dos planetas de radios R_1, R_2 y masas m_1, m_2 tienen un encuentro hiperbólico con velocidad al infinito V_∞ . Demostrar que para que los planetas colisionen el parámetro de impacto σ debe cumplir

$$\sigma^2 < (R_1 + R_2)\left(\frac{2\mu}{V_\infty^2} + R_1 + R_2\right)$$

siendo $\mu = k^2(m_1 + m_2)$.

3. (3 puntos) Un cometa se encuentra en la posición heliocéntrica $\vec{r} = (1, 1, 1)$ ua con una velocidad dada por $\vec{v} = (1, -4, 0)$ ua/año. Determinar si se está acercando al perihelio o al afelio y hallar sus elementos orbitales a, e, i . Dato: $k = 0.01720209895$.
4. (3 puntos) Considere un planeta de masa M , radio ecuatorial R con simetría de revolución con momentos de inercia (A, A, C) y cuyo potencial $V(\vec{r})$ puede aproximarse por la fórmula de MacCullagh, siendo $A = 0.5MR^2$ y $C = 1.2A$. Calcular el potencial en función de M y R en un punto que dista $5R$ de su centro y se encuentra a una latitud $\phi = 30^\circ$. Hallar la máxima velocidad que podría tener un satélite en ese punto para no escapar del campo gravitatorio del planeta.