DINAMICA ORBITAL - PRACTICO III

Problema de Dos Cuerpos (a)

1. • Sea un sistema binario constituído por dos masas M_A y M_B.

   a) Hallar la ecuación del movimiento de A respecto de B. Idem de B respecto de A. De cada uno de ellos respecto al baricentro.

   b) Probar que las órbitas resultantes son cónicas de igual excentricidad.

   c) Hallar la relación entre los semiejes mayores y probar que son colineales.

   d) Probar que el momento angular del sistema es $\vec{L} = \frac{M_A M_B}{M_A + M_B} \vec{r} \wedge \vec{v}$ siendo $\vec{r}, \vec{v}$ la posicion y velocidad relativas.

   Piques: recordar definicion de baricentro y ver que los vectores posicion son colineales pero diferente modulo.

2. Se considera el sistema binario constituído por el Sol y Júpiter. Se suponen conocidos los siguientes elementos de la órbita heliocéntrica de Júpiter: $a = 5.2$ ua , $e = 0.05$ y además $M_{Sol}/M_{Jup} = 1047$ siendo $k = 0.01720209895$.

   a) Calcular a, e y período orbital del Sol respecto al baricentro.

   b) Hallar la velocidad máxima del Sol en su órbita respecto al baricentro.

   Piques: resolver el problema de dos cuerpos relativo y luego considerar el movimiento geometrico del Sol en torno al baricentro.

3. • La estrella Procyon es una binaria visual con un período de 40.33 años. La órbita de la componente B respecto al baricentro tiene un semieje mayor de 4.26", mientras que el semieje de la componente A respecto del baricentro es 1.02".

   a) Hallar el cociente entre las masas

   b) Sabiendo que la paralaje es 0.289" hallar la distancia al sistema, las masas de las componentes respecto al Sol y las dimensiones físicas de las órbitas.

   Piques: definicion de baricentro y luego conociendo la distancia mutua y periodo orbital deducir masas.

4. Hallar el semieje mayor a de la órbita de una partícula P que se encuentra a una distancia r del Sol y viaja a una velocidad v. Discutir según r y v. Llamando ϕ al ángulo que forma el radio vector con el vector velocidad, expresar la excentricidad e de la órbita en función de r, ϕ y v.

   Piques: con la energia obtenemos a y para obtener e necesitamos el momento angular orbital.

5. • Parcial 2003. Suponiendo que la Luna se frenara completamente en su órbita geocéntrica calcular tiempo transcurrido hasta la colisión con la Tierra y la velocidad de colisión. Datos: $\Delta_{TL} = 2.56 \times 10^{-3}$ ua, $R_L = 0.272 R_\oplus$, $R_\oplus = 4.25 \times 10^{-5}$ ua, $m_L = 1.23 \times 10^{-2} m_\oplus$, $m_\oplus = 3 \times 10^{-6} M_\odot$

   Piques: que tipo de orbita tendra la Luna al frenarse? y su nuevo periodo orbital? La colision ocurre cuando la distancia entre los centros es igual a la suma de los radios.

6. Parcial 2009. Un cometa se encuentra en una posición heliocéntrica dada por el radio vector $\overrightarrow{r} = (1, 1, 0)$ ua y con una velocidad heliocéntrica dada por $\overrightarrow{v} = (0.01, 0.02, 0.02)$ ua/dia respecto a un sistema de coordenadas rectangulares eclípticas. Hallar los elementos orbitales a, e, i, Ω. Piques: cuentas.

7. • Para el caso elíptico hallar el valor medio de la distancia heliocéntrica y del cuadrado de la velocidad, tomando las medias respecto de

   a) la anomalía media

   b) la anomalía excéntrica

   c) la anomalía verdadera.

   Piques: se pide $< r >$ y $< v^2 >$ pero respecto a variables diferentes. Plantear las integrales y hacer cambios de variable de integracion apropiados.

8. El cometa Encke se mueve en una órbita con distancia perihélica $q = 0.34$ ua y excentricidad $e = 0.847$. Calcular la cantidad promedio de energía que recibe del Sol por unidad de tiempo y de área durante una revolución orbital.

   Piques: de qué variable depende la energia recibida?

9. Parcial 2016. Un satélite fuera de control impacta la superficie terrestre a una velocidad $v_i = 10$ km/s. La velocidad de impacto forma un ángulo de 30 grados con la vertical. Hallar la distancia de apogeo de esa órbita. Piques: tenemos los vectores posicion y velocidad por lo tanto tenemos todos los detalles de la orbita.