

DINAMICA ORBITAL - PRACTICO II

Distribución Continua de Materia

- Desde un punto P de la superficie terrestre se lanza un proyectil con velocidad 9 km/s formando un ángulo de 45 grados respecto a la horizontal. Asumiendo la Tierra esférica con densidad radial de centro C y despreciando la fricción atmosférica y la rotación terrestre calcular el ángulo PCI siendo I el punto de impacto. Hallar el ángulo que forma la velocidad de impacto con la superficie terrestre. Piques: hay que hallar la anomalía verdadera en el impacto (o en la partida?). Algo de geometría hay aquí.
- Recientes estudios indicarían que la tierra es circular y plana. a) Bajo esta hipótesis calcule la ley de la gravedad a lo largo del eje de revolución del disco. b) ¿Cómo sería el curso de los ríos en este planeta? Piques: integrando calcular la aceleración en el eje de simetría. Comparar cualitativamente la aceleración superficial en el centro con la de los bordes.
- Se practica un túnel según un diámetro de la Tierra homogénea, esférica y en reposo. Se suelta una partícula. Hallar su movimiento. ¿Qué pasa si el túnel (sin rozamiento) se practica en cualquier otra dirección? Piques: considerar que la aceleración es generada solo por la masa interior a la posición de la partícula
- Sea una galaxia plana en forma de disco de radio R con densidad de masa por unidad de área, ρ , uniforme. Una estrella se encuentra en el eje de simetría a una distancia D del centro con velocidad nula. Hallar la velocidad cuando esté pasando por el centro. Piques: calcular potencial, energía, conservación de la energía...
- Un planeta esférico de radio R y densidad uniforme ρ tiene en su interior una cavidad hueca esférica de radio r cuyo centro se encuentra a una distancia a del centro del planeta. Hallar la aceleración gravitacional resultante en un punto genérico del espacio exterior al planeta. Piques: a la aceleración generada por un planeta completo se le resta la del agujero
- La ecuación del movimiento de un rígido referida a un sistema no inercial xyz definido según sus ejes principales de inercia es:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{L} = \vec{M}$$

donde $\vec{L} = (A\omega_x, B\omega_y, C\omega_z)$ es el momento angular del rígido, $\vec{\omega}$ su vector rotación y $\vec{M} = (M_x, M_y, M_z)$ es el momento respecto al baricentro que las fuerzas externas ejercen sobre el rígido. El eje \vec{z} tiene la dirección del eje principal de inercia cuyo momento es C.

(a) Hallar el sistema de Ecuaciones Dinámicas de Euler que determinan la evolución de $\vec{\omega}$ respecto al sistema solidario xyz.

(b) Usando la fórmula de MacCullagh para el potencial terrestre hallar la fuerza que ejerce la Tierra sobre una masa puntual m localizada en $\vec{r} = (x, y, z)$. Verificar que esta fuerza no apunta hacia el baricentro terrestre.

(c) Hallar la fuerza que m ejerce sobre la Tierra. ¿Dónde estaría aplicada?

Para el caso de la Tierra es razonable suponer $B = A$, cosa que asumiremos de aquí en más.

(d) Hallar el par \vec{M} que la masa m ejerce sobre la Tierra.

(e) Movimiento Libre Euleriano y periodo de Chandler. Suponiendo $\vec{M} = 0$ hallar el movimiento del vector $\vec{\omega}$ respecto a la figura de la Tierra (sistema xyz). Probar que el eje \vec{z} , $\vec{\omega}$ y \vec{L} son coplanares.

(f) Comentar cómo podría estudiarse el movimiento conocido como Precesión y Nutación debido a la acción del Sol y la Luna sobre la Tierra. Ver Notas de Ciencias Planetarias cap 6.6 y video sobre disco de Euler.

- Un asteroide se encuentra rotando con velocidad constante en torno a uno de sus ejes principales de inercia, digamos, $\vec{\omega} = \omega\hat{z}$. Si sus momentos principales son A, B y C probar que la rotación es inestable ante pequeñas perturbaciones a menos que C sea el máximo o el mínimo momento de inercia. Ver video sobre el eje intermedio. Piques: plantear pequeñas oscilaciones entorno a los puntos de equilibrio y estudiar estabilidad.
- Asumiendo una Tierra con simetría axial ($B=A$) y a partir de la fórmula de MacCullagh hallar expresiones para J_2 y J_3 . Piques: igualar términos según dependencia con r

9. a) Comparar la magnitud del efecto de mareas que Júpiter y Mercurio ejercen sobre el Sol. b) Comparar la magnitud del efecto de mareas que la Luna y el Sol ejercen sobre la Tierra.
10. • Estimar la distancia Tierra-Luna cuando el sistema alcance la rotación sincrónica debido a la transferencia de momento angular. Hallar el período de esa rotación. ¿Estará la Luna aún ligada a la Tierra?
Piques: considerar momento angular rotacional terrestre y orbital del sistema, despreciar el momento angular rotacional de la Luna. En todo momento la órbita lunar sigue las leyes de Kepler.
11. • Durante el día el Sol está sobre nuestras cabezas y durante la noche está a nuestros pies. ¿Cuánto debería variar el peso de una persona a lo largo del día? Seguramente su respuesta está equivocada. Piques: pensar en que cosas acelera el Sol.