DINAMICA ORBITAL - PRACTICO I

Movimiento Central y Atracción Newtoniana

1. Una partícula se mueve en un campo de fuerza μ/r^2 hacia el origen. Si la máxima y mínima velocidad en una órbita elíptica son v_1 y v_2, encontrar los valores del semieje mayor, período y momento angular en función de v_1, v_2 y μ. Piques: poner v_1 y v_2 en funcion de a y e y despejar.

2. Una partícula se mueve en un campo de fuerza μ/r^2 hacia el origen. Inicialmente es lanzada con velocidad V desde un punto a distancia R del origen, formando un ángulo β con el radio vector. Probar que su velocidad radial verifica:

$$\dot{r}^2 = V^2 - \frac{2\mu}{R} + \frac{2\mu}{r} - \frac{R^2V^2\sin^2\beta}{r^2}$$

Piques: escribir V^2 como suma de radial y transversa en polares. Eliminar $\dot{\theta}$ sabiendo que $r^2\dot{\theta} = h$

3. • Una partícula se mueve en un campo de fuerza μ/r^2 hacia el origen. Inicialmente tiene velocidad V formando ángulo recto con el radio vector de módulo R. Investigar los límites de V que dan lugar a los diferentes tipos de cónicas. En el caso elíptico hallar la excentricidad y semieje mayor y encontrar la condición en la velocidad para que el punto inicial sea el apocentro o el pericentro. Piques: poner la energia en funcion de V. Inicialmente esta en un apsis.

4. • Si en un hipotético universo la ley de fuerza fuera μ/r^5 hacia el origen, probar que las órbitas circulares serían una solución posible. ¿Cómo sería la tercera Ley de Kepler en este universo asumiendo órbitas circulares? Piques: plantear aceleracion radial y transversa en polares e igualar a la aceleracion dada. Orbita circular implica r constante. Calcular el periodo a partir de $d\theta/dt$.

5. • Una partícula se mueve en un campo de fuerza $\mu\dot{r}^2/r$ hacia el origen. Hallar la ecuación de movimiento para r. Utilizando Binet obtener la ecuacion para $u = 1/r$. Resolver la ecuacion probando con una exponencial. Piques: la ecuacion de movimiento siempre sale planteando en polares aceleracion radial y transversa e igualando a la aceleracion dada.

6. Un cuerpo describe una elipse de excentricidad e bajo la acción de una fuerza newtoniana en la dirección del foco. Al pasar por el pericentro, el centro de fuerza es transferido al otro foco. Probar que la excentricidad de la nueva órbita es $e(3+e)/(1-e)$. Piques: un instante antes y despues la velocidad es la misma pero la distancia pasa de $a(1-e)$ a $a(1+e)$ por lo que la orbita nueva tendra diferentes semieje y excentricidad.

7. • Un asteroide se encuentra en órbita circular alrededor de una estrella. Abruptamente la estrella eyecta un uno por ciento de su masa hacia el infinito. Hallar la excentricidad de la nueva órbita del asteroide. Piques: un instante antes y despues la velocidad es la misma y la distancia al foco tambien y los vectores posicion y velocidad siguen siendo perpendiculares pero hubo un cambio en μ. Diferenciar $V(\mu, r, a)$.

8. Un cometa que se encuentra en el afelio recibe un pequeño impulso en la dirección de su movimiento que incrementa su velocidad en un valor δV. Mostrar que la distancia mínima al Sol q será incrementada por la cantidad

$$\delta q = 4\delta V\sqrt{\frac{a^3}{\mu}\frac{1-e}{1+e}}$$

Piques: un instante antes y despues la velocidad cambio pero la distancia es la misma, sigue siendo el afelio (por que?). Cambio la energia orbital y por lo tanto el semieje.

9. • Un asteroide en órbita heliocéntrica debido a una colisión recibe un impulso que hace variar su velocidad en un δV. Probar que el cambio resultante en el período δT está dado por

$$\delta T = 3\frac{T^{5/3}}{(2\pi\mu)^{2/3}} V \delta V$$

Piques:un instante antes y despues la velocidad cambio pero la distancia es la misma. Cambio la energia orbital... el semieje... el periodo.