

# Proyecto Mecánica Celeste

Nicolas Pan Rivero

17/8/2022

Durante los últimos 25 años los avances en las técnicas de detección de exoplanetas han logrado que el número de exoplanetas confirmados haya crecido de forma exponencial. Actualmente se han confirmado más de 5100 exoplanetas entre los cuales hay más de 800 sistemas múltiples de planetas. Esto ha abierto un nuevo campo de estudio para la dinámica orbital, estudiando la evolución tanto secular como resonante de estos sistemas. Tal como podemos ver en la figura 1, hay indicios de que los sistemas extrasolares tienden a terminar en evoluciones resonantes siendo el ejemplo más claro el de la resonancia 3:2. Muchos otros sistemas no están en resonancia. La población de exoplanetas se diferencia enormemente de los planetas en nuestro Sistema Solar. Esto se debe, en parte, a los sesgos observacionales presentes en el catálogo disponible.

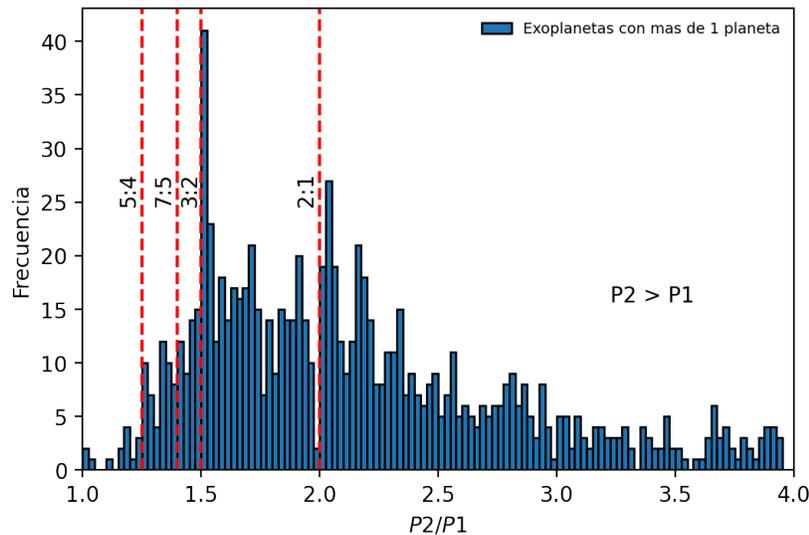


Figura 1: 3.08 y 5.36 y 16.56 , 47,42 para el 2do sistema

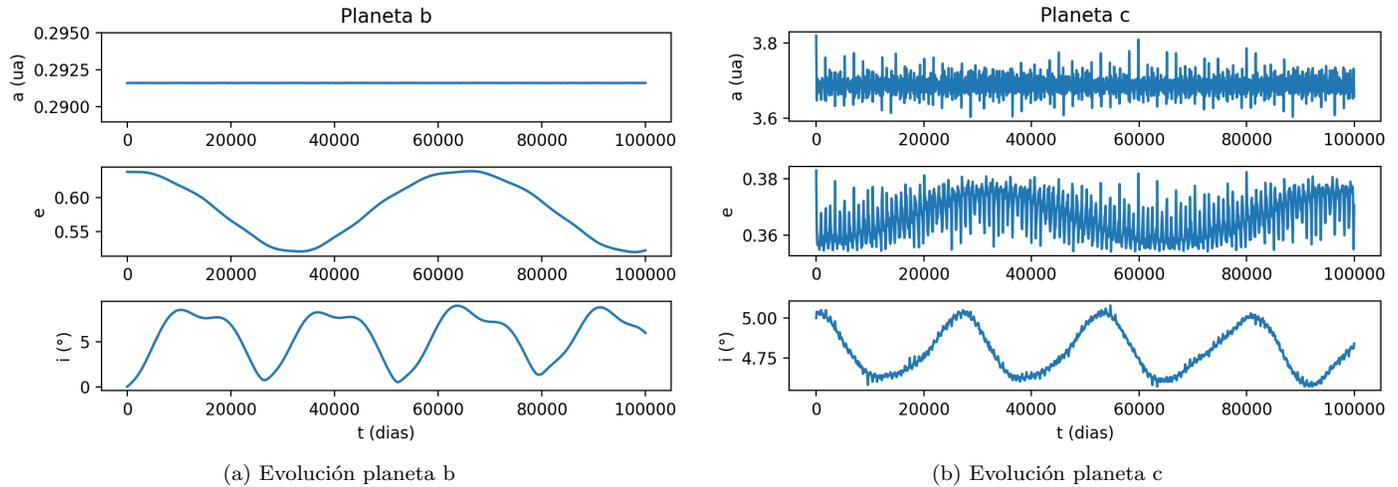
En este trabajo estudiaremos de forma numérica los sistemas de exoplanetas HD 31527 y HD 74156, ambos descubiertos mediante la técnica de velocidad radial. El primero de los sistemas está conformado por 3 planetas mientras que el segundo por 2. Si calculamos los cocientes de períodos obtenemos 3.09, 5.36 y 16.56 para el primer sistema mientras que para el segundo obtenemos 47.42 por lo que solamente los planetas b y c del sistema HD 31527 parecen estar cerca de una resonancia. Así, los sistemas deberían evolucionar de forma secular. Podemos ver los elementos orbitales determinados para los planetas en la tabla 1.

Nombre	Semieje (ua)	Período (d)	Excentricidad	Inclinación ( $^{\circ}$ )	$M \sin(i) (M_{\odot})$
HD 31527 b	0.1253	16.557	0.16	0	$3.14 \times 10^{-5}$
HD 31527 c	0.2665	51.2	0.08	3	$4.25 \times 10^{-5}$
HD 31527 d	0.8181	274.2	0.67	7	$3.55 \times 10^{-5}$
HD 74156 b	0.2916	2448.9	0.638	0	$1.70 \times 10^{-3}$
HD 74156 c	3.82	51.6385	0.3829	5	$7.83 \times 10^{-3}$

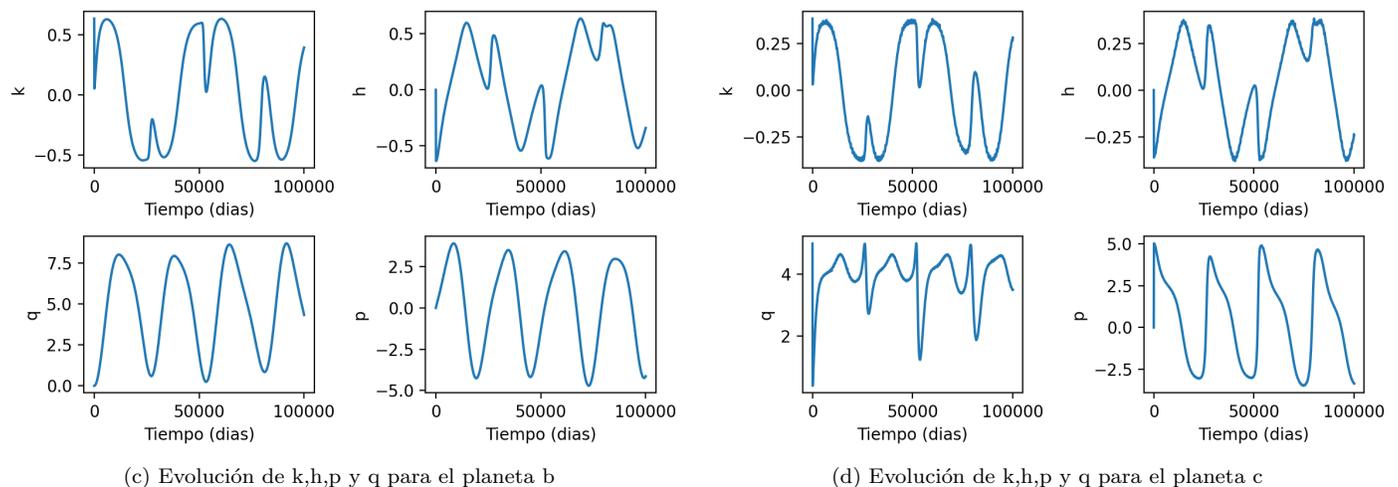
Cuadro 1: Parámetros orbitales de los sistemas de exoplanetas trabajados.

Notemos que la técnica con la que fueron detectados estos exoplanetas no permite conocer la inclinación de sus órbitas. Debido a esto supondremos los valores dados en la tabla para las simulaciones numéricas. Estudiaremos la evolución orbital

de los planetas de estos sistemas de forma secular, el objetivo de este trabajo es entonces calcular las frecuencias fundamentales del sistema, así como estudiar las frecuencias presentes en la evolución de posibles asteroides en resonancia con los planetas. Para estudiar la evolución de los sistemas utilizamos el integrador EVORB, este es un integrador simplectico de las ecuaciones exactas de movimiento. Para ello necesitamos conocer la masa de los planetas, si bien la técnica de velocidad radial permite conocer  $M \sin(i)$ , tomaremos como masa para las simulaciones numéricas la cota superior de masa. Si bien los elementos orbitales descritos nos dan la forma de la órbita también es necesario conocer la orientación y la posición inicial de los planetas, es decir, el argumento del perihelio y su anomalía media u otras variables angulares análogas. No es posible determinar estos elementos orbitales con los métodos de detección utilizados actualmente por lo que supondremos a todas las órbitas con  $\omega = 0$  y la configuración de anomalías medias se detallará en cada caso. Como criterio para la integración usamos un paso del orden de un cincuentavo del período más chico de cada sistema, particularmente en todas estas simulaciones se usó un paso de 0.001 años. Para el sistema de 2 planetas, integrando durante 100.000 años con ambos planetas comenzando con  $M = 0$  obtenemos la siguiente evolución:



Podemos ver claramente que el Planeta b evoluciona de forma secular ya que su semieje esta clavado en un valor fijo mientras que la excentricidad y la inclinacion evolucionan oscilando de forma periódica. Por otro lado, el planeta c evoluciona de la misma forma pero con bastante ruido en sus oscilaciones. Podemos ver la evolución de  $(h,k,p,q)$  para cada planeta.



Nos damos cuenta que la evolución del sistema es periódica por lo que es posible determinar las frecuencias fundamentales del mismo. Utilizando el método descrito en Gallardo Ferraz-Mello (1997, Astr.J. 113 (2), 863) obtenemos que para este sistema existen varias frecuencias.

Planeta	Frecuencia ( $10^{-6} \text{años}^{-1}$ )	CCE	amplitud
b	17.09	0.9961	0.5845
c	6.91	0.9557	0.1118

Cuadro 2: Frecuencias fundamentales en h

Para  $h = \text{esin}(\varpi)$  vemos que las frecuencias estan fuertemente determinadas y podríamos asociarlas a cada uno de los planetas del sistema. También podemos ver las frecuencias para  $q = \text{icos}(\Omega)$ .

Planeta	Frecuencia ( $10^{-6} \text{años}^{-1}$ )	CCE	amplitud
b	37.65	0.9511	3.725
b	72.21	0.0391	0.7557
c	37.66	0.9451	0.1979
c	71.91	0.0389	0.04015

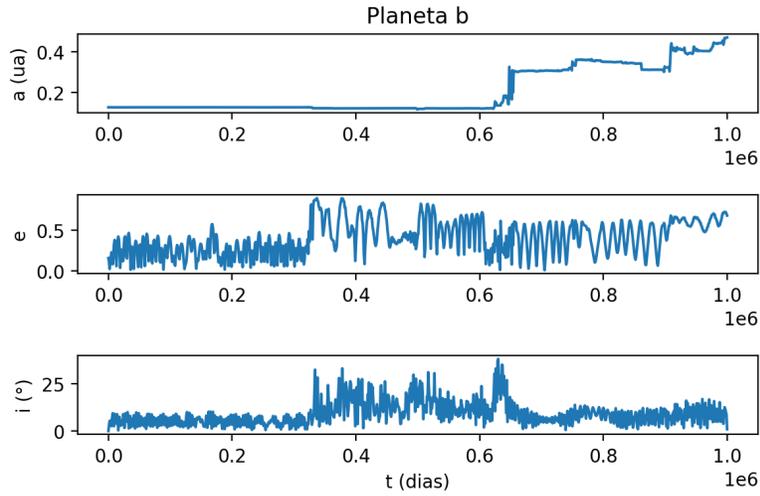
Cuadro 3: Frecuencias fundamentales en q

Vemos que para  $q$  tenemos una frecuencia fuertemente definida en la evolución de cada uno de los planetas, la cual parece ser la misma. Además vemos como aparece una frecuencia extra pero con un coeficiente de correlación muy bajo, así como una amplitud mucho mas baja en el caso del planeta b y con una amplitud comparable para el planeta c. Resumiendo, podemos decir que el sistema parece presentar 3 frecuencias fundamentales que dominan la evolución del sistema.

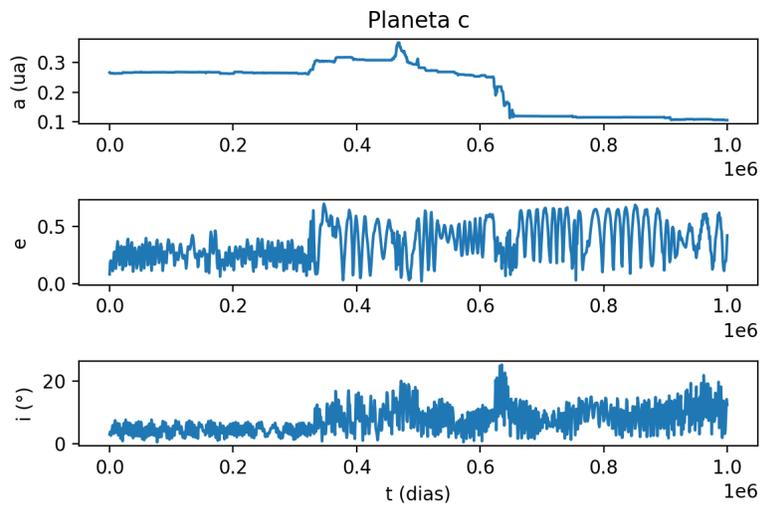
Además de la simulación con el planeta c levemente inclinado simulamos el sistema para el caso plano obteniendo la misma evolución en el sistema con las inclinaciones en  $i = 0^\circ$  constante. Por último, podemos estudiar que sucede si variamos la inclinación del segundo planeta. Así simulamos con las mismas condiciones iniciales mencionadas para las siguientes inclinaciones:  $i = 0^\circ, i = 30^\circ, i = 60^\circ, i = 70^\circ, i = 75^\circ$ . Hasta inclinaciones en torno a  $65^\circ$  el sistema evoluciona de forma estable pero para inclinaciones mutuas mas altas el sistema se desarma rápidamente. Si configuramos las orbital de tal forma que  $w_b = 0^\circ$  y  $w_c = 180^\circ$  obteniendo la misma evolución. Por último, si cambiamos la posición inicial de los planetas, por ejemplo,  $M_b = 0$  y  $M_c = 180^\circ$  el sistema también evoluciona de la misma forma descrita anteriormente.

Para el sistema de tres planetas es bastante mas complicado determinar de qué forma va a evolucionar el sistema ya que el juego de inclinaciones, anomalías medias iniciales y argumentos del perihelio incide fuertemente.

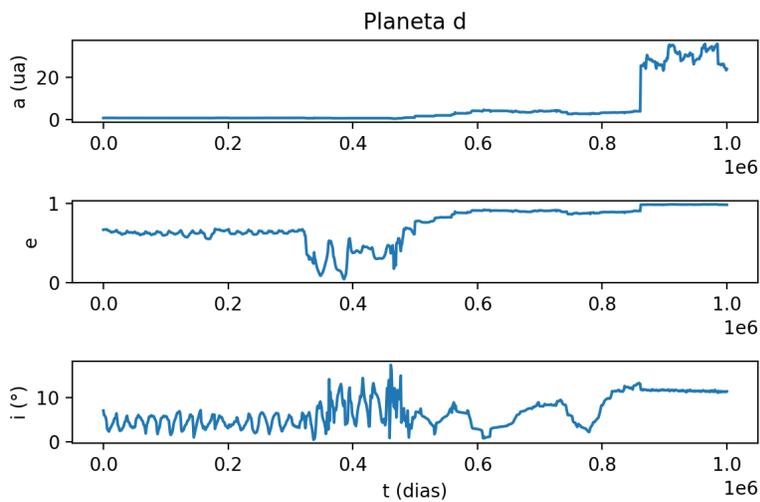
Simulamos la evolución del sistema durante 1 millón de años para varias configuraciones, primero variamos el argumento del perihelio de las orbitas de los planetas, colocamos  $\omega_a = 0^\circ, \omega_b = 60^\circ$  y  $\omega_c = 180^\circ$  donde observamos claramente que el sistema no evoluciona de forma estable ni para el caso plano ni para el caso con las inclinaciones mostradas anteriormente. Luego simulamos 4 configuraciones mas, dos planas y dos inclinadas. Para cada juego de inclinaciones simulamos un caso con los planetas alineados inicialmente  $M_b = M_c = M_d = 0$  y otro con los planetas desalineados  $M_b = 0, M_c = 40^\circ, M_d = 180^\circ$ . En ambas simulaciones donde los planetas comienzan con la misma anomalía media al cabo de algunas decenas de miles de años el sistema se desarma, tanto para el caso inclinado como para el caso plano. Por último, para el caso en el que la configuración de planetas comienzan desalineados el sistema tampoco evoluciona de forma secular para escalas de tiempo tan grandes. Todos estos efectos se deben a la gran excentricidad que parece tener el planeta d lo cual causa que hayan encuentros entre los planetas lo cual no esta bien modelado por el integrador utilizado. Mostramos en la siguiente figura la evolución para este ultimo caso.



(e) Evolución planeta b

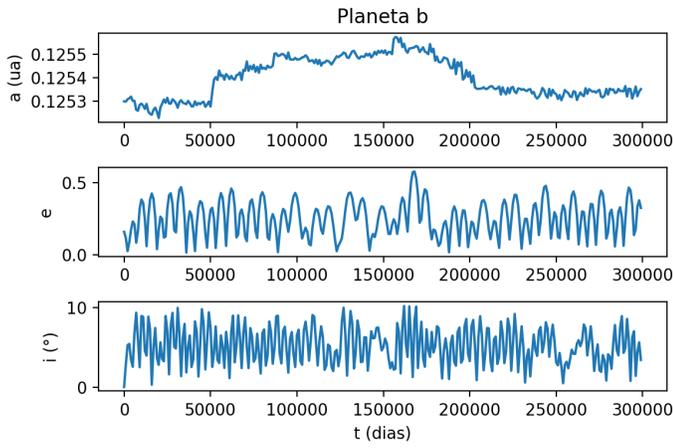


(f) Evolución planeta c

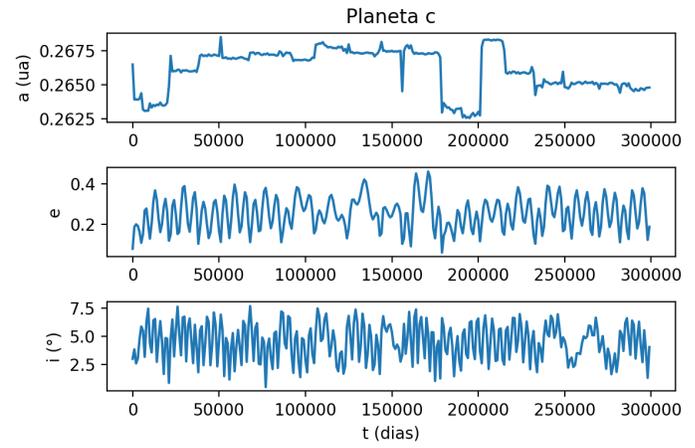


(g) Evolución planeta d

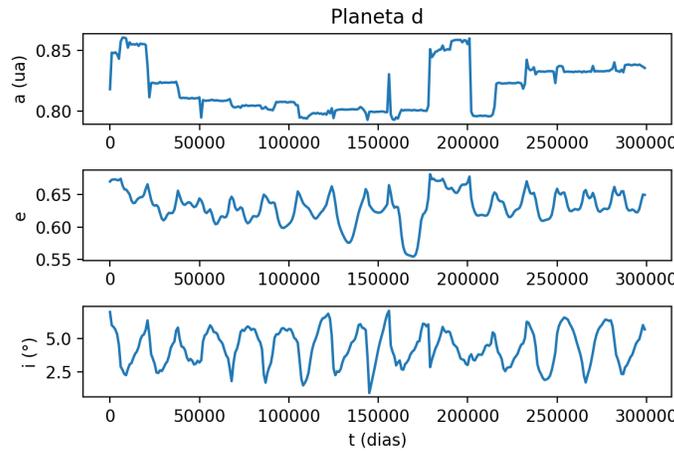
Vemos que para los primeros 300mil años el sistema evoluciona de forma aproximadamente secular hasta que seguramente se producen encuentros. Podemos dar una aproximación a las frecuencias fundamentales del sistema restringiendonos a estos primeros años de la simulación.



(h) Evolución planeta b



(i) Evolución planeta c



(j) Evolución planeta d

Vemos que hay variaciones en los semiejes por lo que la evolución no es del todo secular pero como las variaciones son pequeñas haremos esta aproximación.

Planeta	Frecuencia ( $10^{-6} \text{ años}^{-1}$ )	CCE	amplitud
b	22.08	0.5064	0.1986
c	22.09	0.7647	0.2342
d	22.08	0.9582	0.6154

Cuadro 4: Frecuencias fundamentales en h

Vemos que para la excentricidad aparece la misma frecuencia como dominante en la evolución de los 3 sistemas por lo que decimos que esta es una de las fundamentales del sistema. Además de esta frecuencia aparecen otras con un CCE bastante menor que seguramente se deban al ruido que tiene la señal por no ser totalmente una evolución secular. Para el caso de las frecuencias en q no pudimos encontrar ninguna frecuencia predominante en la evolución.

Finalizando el trabajo podemos concluir que calcular las frecuencias fundamentales de un sistema de planetas no es una tarea tan sencilla si queremos aplicarlo a un sistema observacional debido al poco conocimiento que se tiene sobre sus parámetros orbitales y la incertidumbre asociada a los mismos. Como mostramos en este trabajo esto puede desencadenar en sistemas que ni siquiera muestran estabilidad en escalas de pocos miles de años. Muchos de los sistemas estudiados seguramente soporten su estructura debido a las resonancias planetarias. En el caso del sistema HD 31527 vemos que los dos planetas internos parecen estar cerca de la resonancia 3:1. Como futuros trabajos se deberían estudiar en detalle las resonancias causadas por los planetas y observar si esto puede ser la causa de que no se produzcan encuentros en los planetas y se desestabilice. Por último, se podrían estudiar distribuciones de diferentes poblaciones de cuerpos menores y estudiar de forma estadística como estos evolucionan en sistemas resonantes. El estudio de las frecuencias fundamentales es importante ya que las mismas deberían aparecer en la evolución de dichas poblaciones.