

PEDECIBA - Maestría en Física opción Astronomía

PARCIAL MECANICA CELESTE

Entrega: 23:59 hs del 13 de Junio 2022

Mauro Cabrera: centauro.

Considere un sistema compuesto por el Sol y un planeta de masa $m = 2 \times 10^{-3} M_{\odot}$ con elementos $a_p = 5.2$ ua, $e_p = 0.1$, $i_p = \varpi_p = 0$. Consideraremos la dinámica secular de una partícula cuyos elementos iniciales son $(a, e, i, \varpi, \Omega) = (13, 0.12, 10^{\circ}, 0^{\circ}, 0^{\circ})$. Supondremos que la función perturbadora secular esta dada por la expresión aproximada:

$$R_{sec} \simeq \frac{k^2 m}{a} \left[1 + \alpha^2 \left(1/4 + \frac{3}{8}(e^2 + e_p^2) - \frac{3}{2}(\sin \frac{i}{2})^2 \right) - \frac{9}{8} \alpha^3 e e_p \cos(\varpi_p - \varpi) \right]$$

1. ¿Bajo qué hipótesis es válida esa expresión para R_{sec} ?
 2. Probar que en la dinámica secular definida por R_{sec} resulta $C = \sqrt{1 - e^2}(1 - \cos i)$ constante y calcular su valor.
 3. Probar que si $e_p = 0$ resulta que (e, i) son constantes.
 4. Probar que si $e_p = 0$ resulta que $d\varpi/dt$ y $d\Omega/dt$ son constantes y calcularlas en grados por siglo.
- A partir de ahora volvemos a considerar el caso planeta excéntrico.**
5. Volviendo al caso $e_p = 0.1$ calcule y grafique curvas de nivel $R_{sec}(\varpi, e)$ para el valor de C correspondiente a la partícula.
 6. A partir de esas curvas determine aproximadamente la máxima y mínima excentricidad que tendrá la partícula en su evolución. Determine aproximadamente la máxima y mínima inclinación.
 7. Usando un integrador numérico obtenga la evolución orbital durante 500000 años de la partícula. Grafique $(a, e, i, \varpi, \Omega)$ y $C(t)$ y discuta las diferencias entre el resultado teórico y el numérico.
 8. Graficando (k, h) y (q, p) obtenga aproximadamente las componentes forzadas y propias de (e, i) .
 9. Probar que para bajas inclinaciones $d\Omega/dt$ nunca se anula.
 10. **A partir de la figura con curvas de nivel** de $R_{sec}(\varpi, e)$ encuentre aproximadamente un valor de (ϖ, e, i) para el cual $\varpi(t)$ presenta una muy pequeña oscilación (punto de equilibrio).
 11. Escriba las ecuaciones que en forma analítica definen los puntos de equilibrio (ϖ_0, e_0) de $R_{sec}(\varpi, e)$, o sea puntos en los cuales los elementos (ϖ, e, i) permanecen fijos. **A partir de esas ecuaciones** y usando las aproximaciones que estime conveniente estime aproximadamente esos valores (ϖ_0, e_0, i_0) .
 12. Usando un integrador numérico obtenga la evolución orbital durante 500000 años de la partícula con las condiciones iniciales del punto de equilibrio del ítem anterior y grafique la evolución temporal de los elementos orbitales $(a, e, i, \Omega, \varpi)$ o las trayectorias en los planos (k, h) y (q, p) .
 13. Si la masa del perturbador fuera diferente, ¿qué cambiaría en la evolución del asteroide? Puede comprobarlo con un experimento numérico si lo desea.

Fin