

## PEDECIBA - Maestría en Física opción Astronomía

## MECANICA CELESTE

## PARCIAL Diciembre 2015

Considere un sistema formado por 2 planetas en órbitas coplanares orbitando en torno de una estrella de masa  $1M_{\odot}$ . El planeta externo tiene masa  $m' = 0.001M_{\odot}$  con  $a' = 5$  ua,  $e' = 0.2$  y  $\varpi' = 0^{\circ}$ . El planeta interno tiene  $a = 2$  ua y  $m = 0.0001M_{\odot}$ . Analizaremos las posibles dinámicas del sistema en función de los elementos iniciales  $(e, \varpi)$  del planeta interno.

1. *Exploración mediante integración numérica.* Asumiendo para el planeta interno  $e = 0.05$  y algunos valores iniciales de  $\varpi$  entre  $(0, 360)$  integre numéricamente el sistema y grafique  $(e \cos(\varpi - \varpi'), e \sin(\varpi - \varpi'))$ . Identifique el(los) punto(s) de equilibrio en ese plano.

2. *Ecuaciones seculares.*

Considere la función perturbadora secular hasta orden 4 para el planeta interno. Obtenga las expresiones para  $de/dt$  y  $d\varpi/dt$  para el planeta interno.

3. *Puntos de equilibrio.*

Hallar los valores de  $\varpi$  para los cuales  $de/dt = 0$ .

Para esos valores de  $\varpi$  encontrar los valores de  $e < 0.4$  para los cuales  $d\varpi/dt = 0$ .

4. *Trayectoria cerca del equilibrio.*

Resuelva numéricamente las ecuaciones para  $de/dt$  y  $d\varpi/dt$  para el planeta interior con condiciones iniciales próximas al punto de equilibrio. Verifique que el período de las pequeñas oscilaciones es aproximadamente 40000 años.

5. *Orden 6.*

Considerando la función perturbadora hasta orden 6 evaluar si los nuevos puntos de equilibrio difieren de los obtenidos para orden 4.

6. *Cálculo numérico de  $R_{sec}$ .*

Utilizando el código de calculo de  $R_{sec}$ , construya un programa que evalúe la función  $R_{sec}(e, \varpi)$  para el rango de valores de excentricidad entre 0 y 0.4 y de longitud de perihelio entre 0 y 360 grados. Graficando curvas de nivel de la función  $R_{sec}(e, \varpi)$  verifique la existencia y localización de los puntos de equilibrio.

7. *Alternativas.*

¿Se le ocurre alguna otra manera o variante de resolver el problema?

Nota: usar manipuladores algebraicos. La dinámica de este sistema se vuelve muy interesante cuando  $e \rightarrow 1$ .