

1. Paralaje y aberración diurnas

1.1. Elipse de paralaje diurna

El efecto es en la dirección del nadir geocéntrico.

$$x = \Delta\alpha \cos \delta = -\frac{\rho}{r} \cos \phi' \sin H \quad (1)$$

$$y = \Delta\delta = \frac{\rho}{r} (\sin \delta \cos \phi' \cos H - \cos \delta \sin \phi') \quad (2)$$

1.2. Elipse aberración diurna

El efecto es en la dirección del Este.

$$x = \Delta\alpha \cos \delta = \frac{\rho\omega \cos \phi'}{c} \cos H \quad (3)$$

$$y = \Delta\delta = \frac{\rho\omega \cos \phi'}{c} \sin \delta \sin H \quad (4)$$

2. Paralaje y aberración anuales

2.1. Elipse paraláctica

El efecto es en la dirección del Sol.

$$x = \Delta\lambda \cos \beta = \Pi \sin(\lambda_{\odot} - \lambda) \quad (5)$$

$$y = \Delta\beta = -\Pi \sin \beta \cos(\lambda_{\odot} - \lambda) \quad (6)$$

2.2. Elipse de aberración

El efecto es en la dirección del punto que precede al Sol en 90 grados en la eclíptica.

$$x = \Delta\lambda \cos \beta = -k \cos(\lambda_{\odot} - \lambda) \quad (7)$$

$$y = \Delta\beta = -k \sin \beta \sin(\lambda_{\odot} - \lambda) \quad (8)$$

3. Formulación vectorial de los pequeños desplazamientos

3.1. Paralaje anual

Sean $\vec{r}$, $\vec{R}$ los vectores heliocéntricos de la estrella y la Tierra y sea $\vec{r}'$ el vector geocéntrico de la estrella, entonces:

$$\vec{R} + \vec{r}' = \vec{r} \quad (9)$$

$$R.\hat{R} + r'.\hat{s}' = r.\hat{s} \quad (10)$$

$$r'.\hat{s}' = r.\hat{s} - R.\hat{R} \quad (11)$$

$$\hat{s} \wedge r'.\hat{s}' = 0 - \hat{s} \wedge R.\hat{R} \quad (12)$$

$$r'.\hat{s} \wedge (\hat{s} \wedge \hat{s}') = -R.\hat{s} \wedge (\hat{s} \wedge \hat{R}) \quad (13)$$

$$-[(\hat{s}.\hat{s}).\hat{s}' - (\hat{s}.\hat{s}').\hat{s}] = -\frac{R}{r'}\hat{s} \wedge (\hat{s} \wedge \hat{R}) \quad (14)$$

$$\vec{ds} = \hat{s}' - \hat{s} \cong \frac{R}{r'}\hat{s} \wedge (\hat{s} \wedge \hat{R}) \quad (15)$$

$$\vec{ds} \cong \Pi.\hat{s} \wedge (\hat{s} \wedge \hat{R}) = \Pi.[(\hat{s}.\hat{R})\hat{s} - (\hat{s}.\hat{s})\hat{R}] \quad (16)$$

$$\vec{ds} \cong \Pi.[(\hat{s}.\hat{R})\hat{s} - \hat{R}] \quad (17)$$

3.2. Aberración general

Sean $\hat{s}, \hat{s}'$ los versores que indican las direcciones respecto a un observador fijo y a un observador que se mueve con velocidad $\vec{V}$ respecto al fijo. El angulo entre $\hat{s}$ y $\vec{V}$ es θ . La diferencia entre las posiciones observadas por los 2 observadores es:

$$\vec{ds} = \hat{s}' - \hat{s} = \Delta\theta.\hat{u} = \frac{V}{c} \sin\theta.\hat{u} \quad (18)$$

Como $\hat{u} \sim \perp \hat{s}, \hat{s}'$ entonces:

$$\hat{u} = \frac{1}{V \sin\theta} \hat{s} \wedge (\vec{V} \wedge \hat{s}) \quad (19)$$

$$\vec{ds} = \frac{V}{c} \sin\theta \frac{1}{V \sin\theta} \hat{s} \wedge (\vec{V} \wedge \hat{s}) = \frac{1}{c} \hat{s} \wedge (\vec{V} \wedge \hat{s}) \quad (20)$$

$$\hat{s} \wedge (\vec{V} \wedge \hat{s}) = (\hat{s}.\hat{s}).\vec{V} - (\hat{s}.\vec{V}).\hat{s} = \vec{V} - (\hat{s}.\vec{V}).\hat{s} \quad (21)$$

$$\vec{ds} = \frac{1}{c} (\vec{V} - (\hat{s}.\vec{V}).\hat{s}) \quad (22)$$