

TEMA 5

- * Estructura estelar: Ecuaciones básicas.
- * Generación y transporte de energía.
- * Reacciones nucleares más importantes.

Estructura interior de una estrella

* Las condiciones de equilibrio interno de una estrella se pueden expresar en 4 ecuaciones diferenciales que gobiernan la distribución de masa, presión gaseosa, y la producción y transporte de energía.

(1) Equilibrio hidrostático:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r\rho}{r^2}$$

donde M_r es la masa contenida dentro del volumen de radio r .

(2) Distribución de masa:

$$dM_r = 4\pi r^2 dr \rho \quad \Longrightarrow \quad \frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho$$

(3) Producción de energía:

Sea ϵ la cantidad de energía liberada en la estrella por unidad de tiempo y de masa. Entonces:

$$dL_r = 4\pi r^2 dr \rho \epsilon \quad \Longrightarrow \quad \frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon$$

Esencialmente toda la energía se produce en el núcleo denso y caliente.

(4) Gradiente de temperatura:

Depende de si la energía es transportada por radiación, convección o conducción. En lo que sigue dejaremos de lado el transporte por conducción ya que juega un rol menor.

(4a) **Transporte radiativo:** En una estrella en equilibrio radiativo la energía liberada es transportada hacia afuera enteramente por radiación (fotones). En este caso el gradiente de temperatura es:

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3\kappa\rho}{4acT^3} \frac{L_r}{4\pi r^2}$$

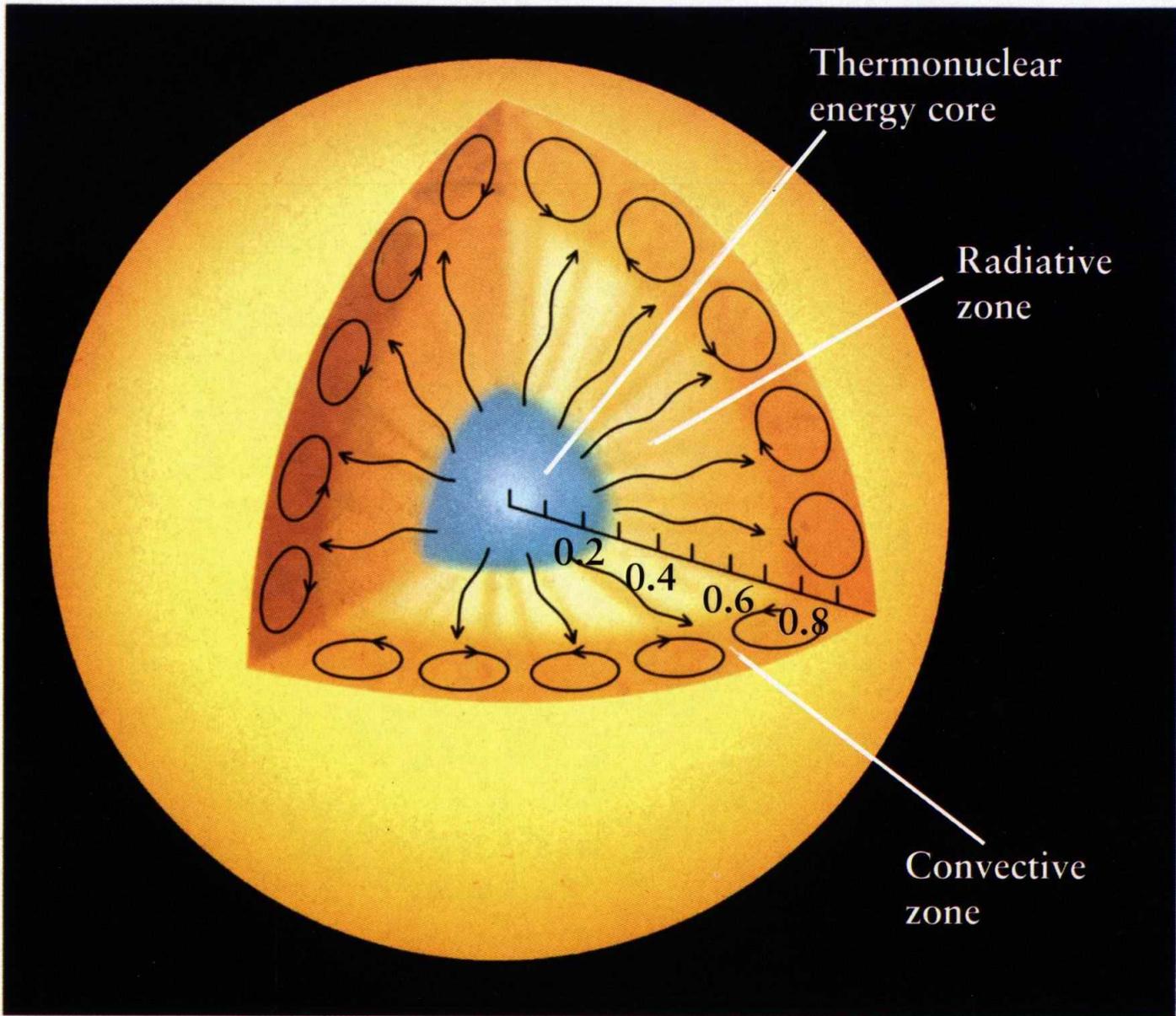
donde κ es la opacidad del material (cantidad de absorción por unidad de masa), y $a = 4\sigma/c$ es la constante de radiación.

(4b) **Transporte convectivo:** Si el transporte de energía fuera por convección (es decir, donde el calor es transportado por la circulación de materia), el gradiente de temperatura estaría dado por:

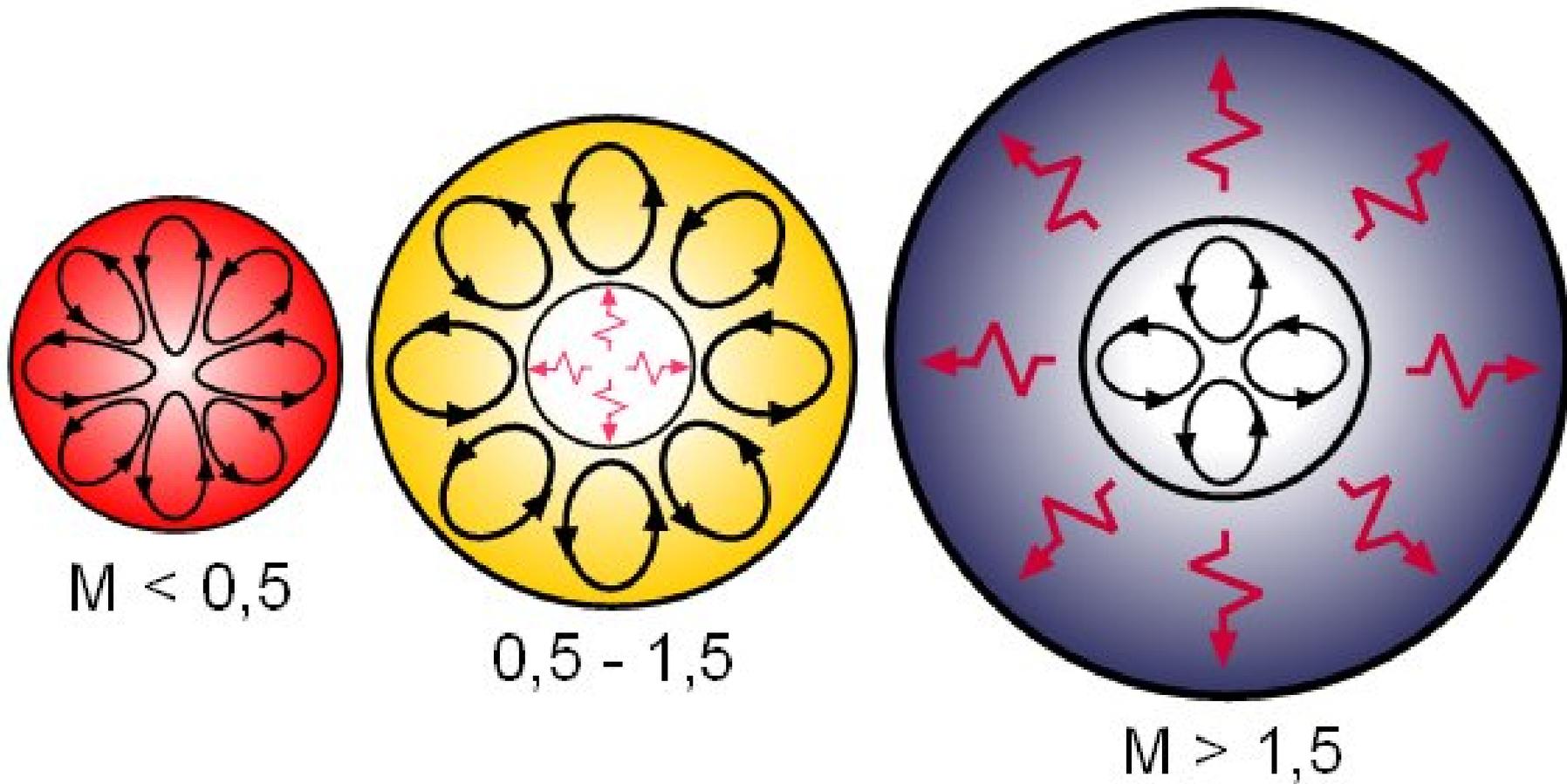
$$\frac{dT}{dr} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{T}{P} \frac{dP}{dr}$$

donde $\gamma = c_P/c_V$ es el coeficiente adiabático.

El movimiento convectivo se establece cuando el gradiente de temperatura radiativo supera al convectivo, es decir cuando $|dT/dr|_{rad} > |dT/dr|_{conv}$



Transporte de energía en estrellas de diferentes masas



En relación a la estructura y las diferentes etapas de la evolución estelar y los estados finales, se distinguen 3 tipos de estrellas: las de baja masa, masa intermedia, y las masivas.

Ecuaciones de estado

Para completar la descripción física del interior estelar, necesitamos una *ecuación de estado* que relacione las variables termodinámicas (presión, temperatura).

Gas ideal: La presión gaseosa P_g se relaciona con la temperatura T mediante la ecuación:

$$P_g = \frac{\rho k T}{\bar{\mu} m_H}$$

donde k es la constante de Boltzmann, m_H es la masa del átomo de hidrógeno, $\bar{\mu}$ es el peso molecular medio de todas las partículas gaseosas. Las proporciones de elementos (en fracción de masa) en una estrella se caracterizan por las letras X , Y , Z , para el hidrógeno, helio y elementos más pesados que el helio respectivamente. Se cumple: $X + Y + Z = 1$. Por ejemplo, para el Sol: $X = 0,71$, $Y = 0,27$, $Z = 0,02$.

Presión de la radiación: A temperaturas muy altas la presión de la radiación P_r (es decir la presión impartida por los propios fotones) se vuelve importante. Tenemos:

$$P_r = \frac{1}{3} a T^4$$

La presión total queda:

$$P = P_g + P_r = \frac{\rho k T}{\bar{\mu} m_H} + \frac{1}{3} a T^4$$

A densidades muy altas el gas se vuelve *degenerado*, en estas condiciones los electrones sólo pueden ocupar ciertos espacios determinados por las leyes de la mecánica cuántica. La presión de un gas degenerado no depende de la temperatura, sólo depende de la presión. Para electrones no relativistas:

$$P = h_{nr} \rho^{5/3}$$

Mientras que para electrones relativistas:

$$P = h_r \rho^{4/3}$$

donde h_{nr} , h_r son constantes.

Fuentes de energía estelar

Se ha determinado que la antigüedad del Sol es de 4600 millones de años, liberando energía a una tasa de 4×10^{26} W. Esto significa una energía total liberada de: $4 \times 10^{26} \times 4600 \times 3,156 \times 10^{13} = 6 \times 10^{43}$ J o, teniendo presente que la masa del Sol es $1,989 \times 10^{30}$ kg, 3×10^{13} J/kg. Antiguamente se ensayaron diversas explicaciones para tanta producción de energía: combustión de meteoritos que caían en el Sol, contracción gravitacional del Sol, pero todas ellas eran insuficientes para explicar esa enorme producción de energía. La única fuente satisfactoria es la *fusión nuclear*, en donde núcleos de elementos más livianos se fusionan para dar lugar a más pesados.

Los núcleos atómicos consisten de *protones* y *neutrones* a los que se refiere como *nucleones*. Tenemos:

m_p : masa del protón

m_n : masa del neutrón

Z : número de protones (número atómico)

N : número de neutrones

$A = Z + N$: peso atómico

$m(Z, N)$: masa del núcleo

La masa del núcleo es menor que la suma de las masas de todos sus nucleones. La diferencia se denomina *energía de ligadura*. La energía de ligadura por nucleón es:

$$Q = \frac{1}{A}[Zm_p + Nm_n - m(Z, N)]c^2$$

EJEMPLO:

$$m_p = 1,6725 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

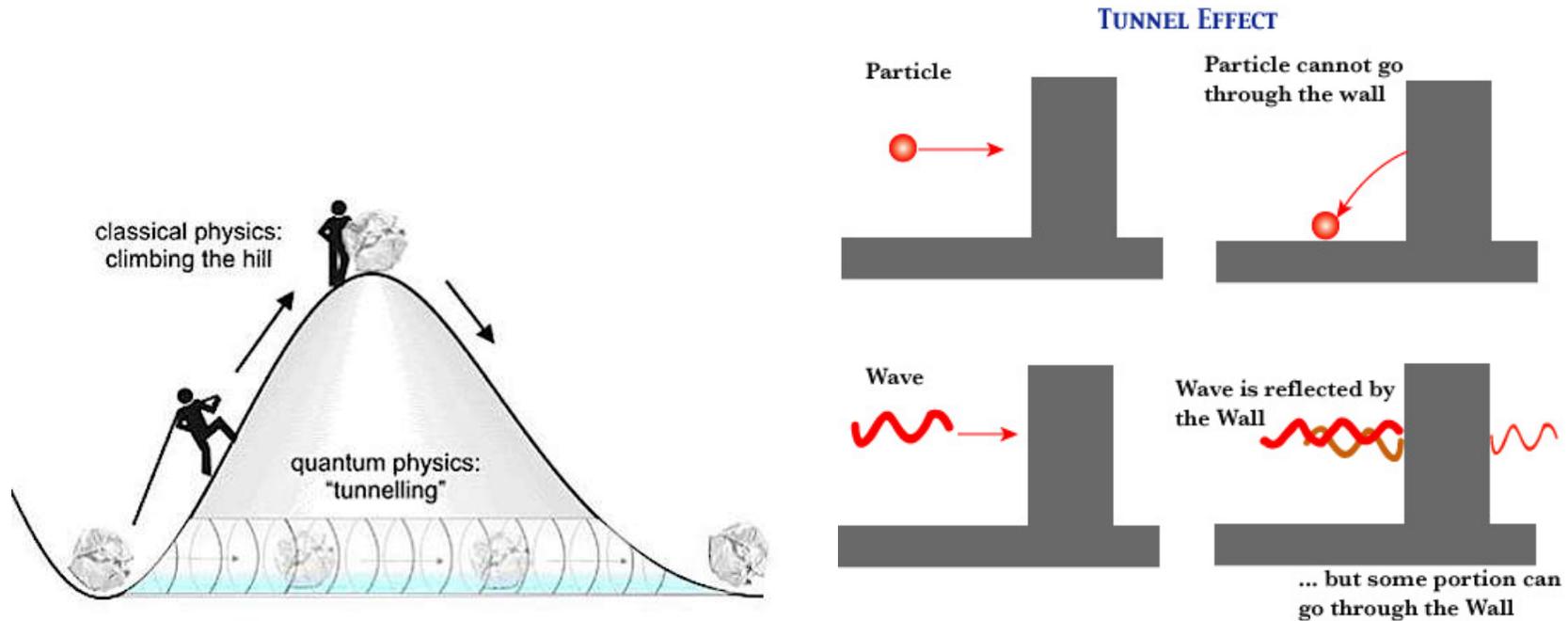
$$m_{He} = 6,644 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{Diferencia de masa} = 4,6 \times 10^{-29} \text{ kg}$$

$$\text{Energía liberada} = 6 \times 10^{14} \text{ J/kg de hidrógeno}$$

Comparando con la energía por kg requerida para mantener la actual luminosidad del Sol, vemos que la energía liberada en la fusión de núcleos de hidrógeno para convertirse en núcleos de helio es unas 20 veces mayor que la requerida. **En conclusión, la energía de fusión nuclear es más que suficiente para explicar la luminosidad solar.**

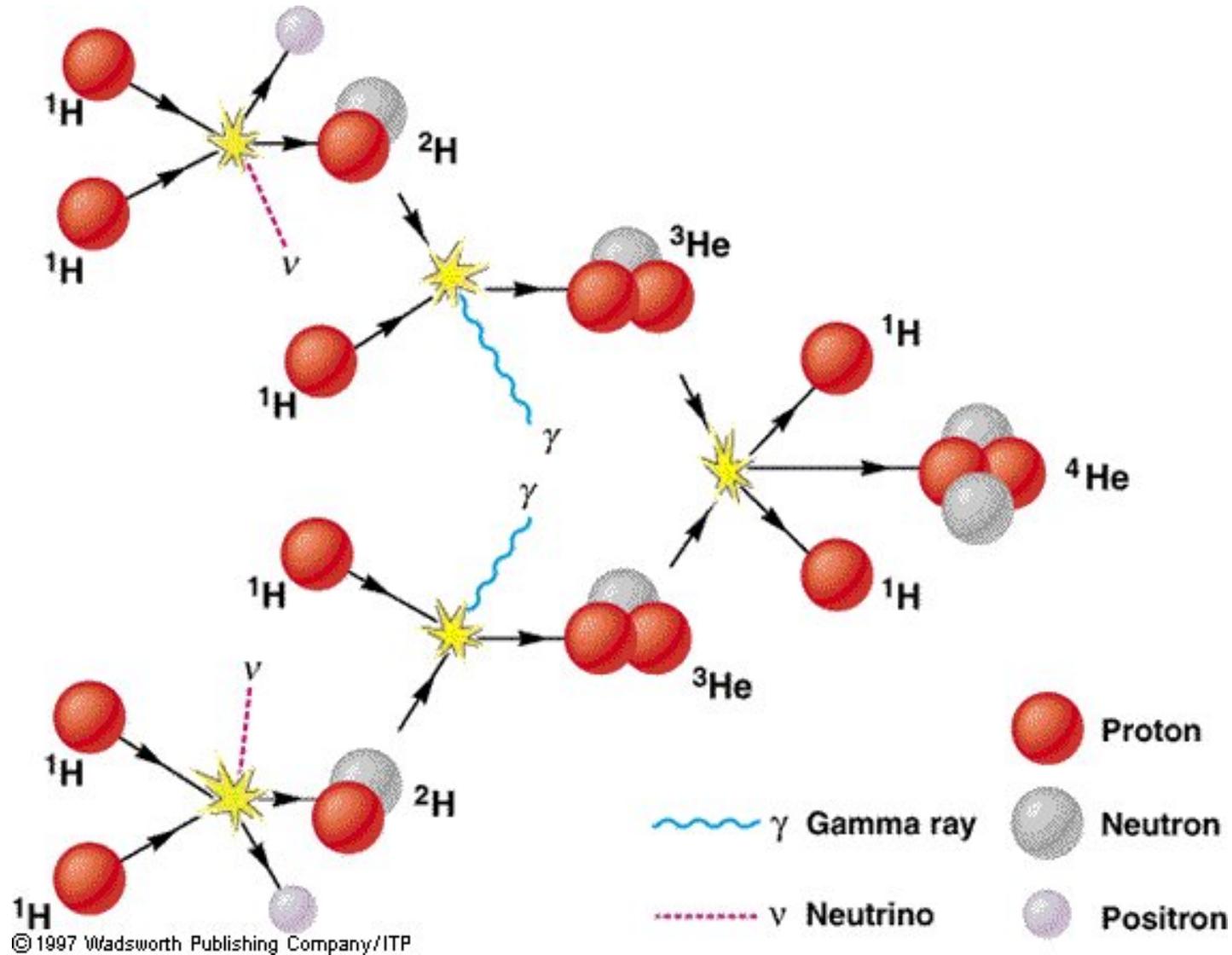
El efecto tunel

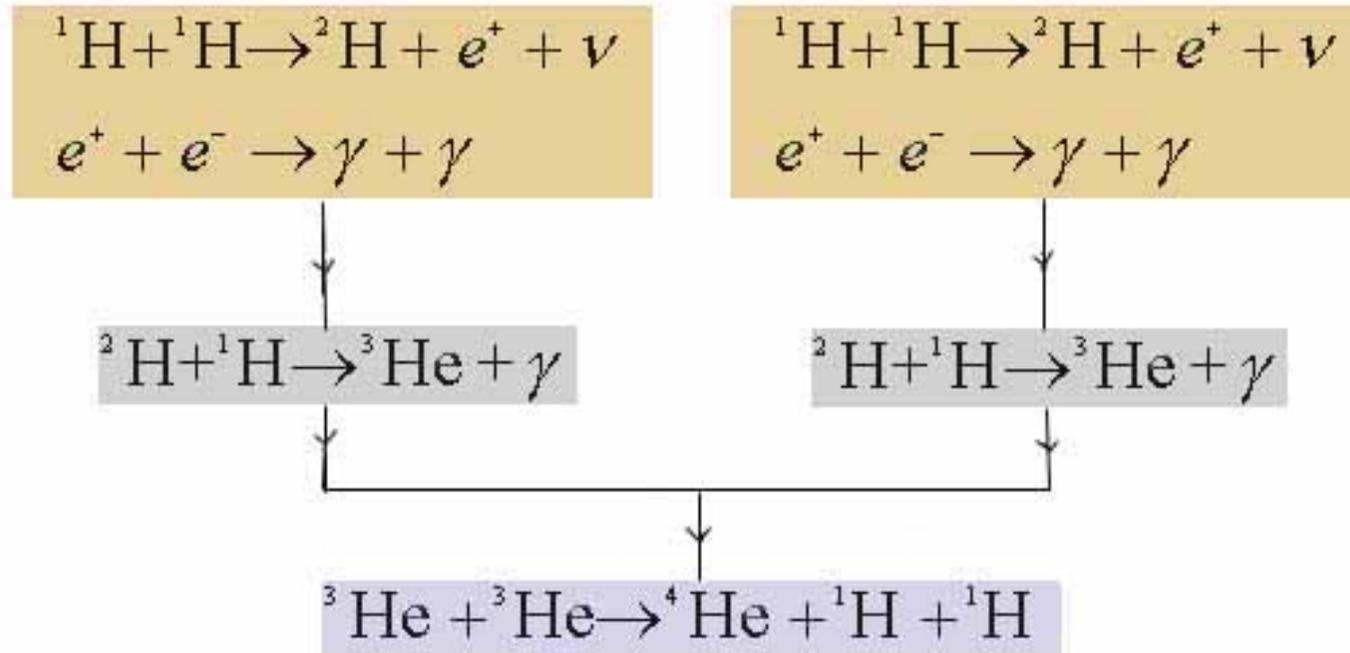


La fusión nuclear implica que núcleos livianos puedan penetrar dentro de otros núcleos (también livianos) para fusionarse. Pero el problema es que hay un potencial repulsivo ya que las cargas son del mismo signo (barrera de Coulomb). En la física clásica el esfuerzo para pasar la partícula por encima de la cima del potencial del campo eléctrico haría que la probabilidad fuese prácticamente nula. La mecánica cuántica permite "tuneles" que favorecen el pasaje del proyectil a través de la barrera.

Mecanismos de generación de energía

Ciclo protón-protón: Es el que actúa en estrellas tipo solar o de menor masa.

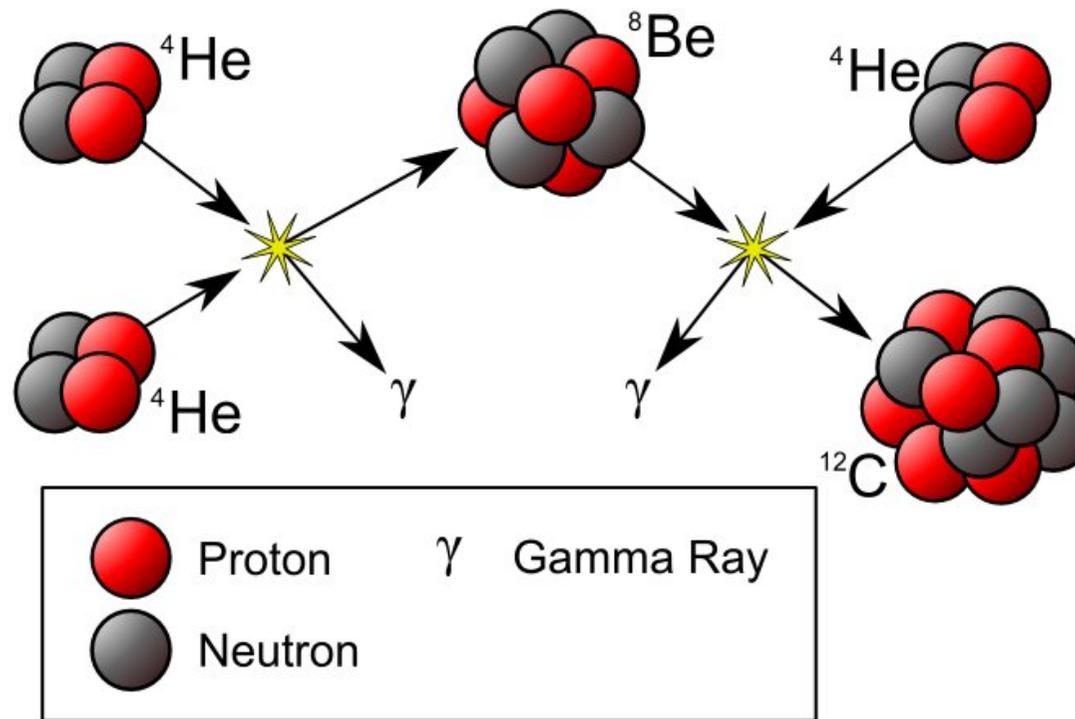




Ciclo del carbono (CNO): Actúa en estrellas con temperaturas un poco más altas que las del Sol (estrellas más masivas)

- (1) ${}^{12}\text{C} + {}^1\text{H} \Rightarrow {}^{13}\text{N} + \gamma$
- (2) ${}^{13}\text{N} \Rightarrow {}^{13}\text{C} + e^+ + \nu_e$
- (3) ${}^{13}\text{C} + {}^1\text{H} \Rightarrow {}^{14}\text{N} + \gamma$
- (4) ${}^{14}\text{N} + {}^1\text{H} \Rightarrow {}^{15}\text{O} + \gamma$
- (5) ${}^{15}\text{O} \Rightarrow {}^{15}\text{N} + e^+ + \nu_e$
- (6) ${}^{15}\text{N} + {}^1\text{H} \Rightarrow {}^{12}\text{C} + {}^4\text{He}$

Etapas avanzadas de la combustión nuclear: El ciclo triple alfa



El ciclo triple alfa convierte a núcleos atómicos de helio en núcleos de carbono.

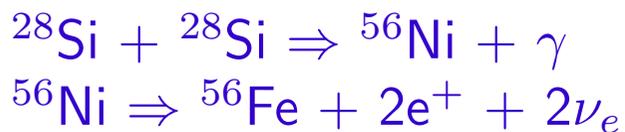
Combustión del carbono: Una vez que el helio en el núcleo se agota, comienza la combustión del carbono a temperaturas de $5 - 8 \times 10^8$ K



Combustión del oxígeno: A temperaturas algo mayores se dan las siguientes reacciones

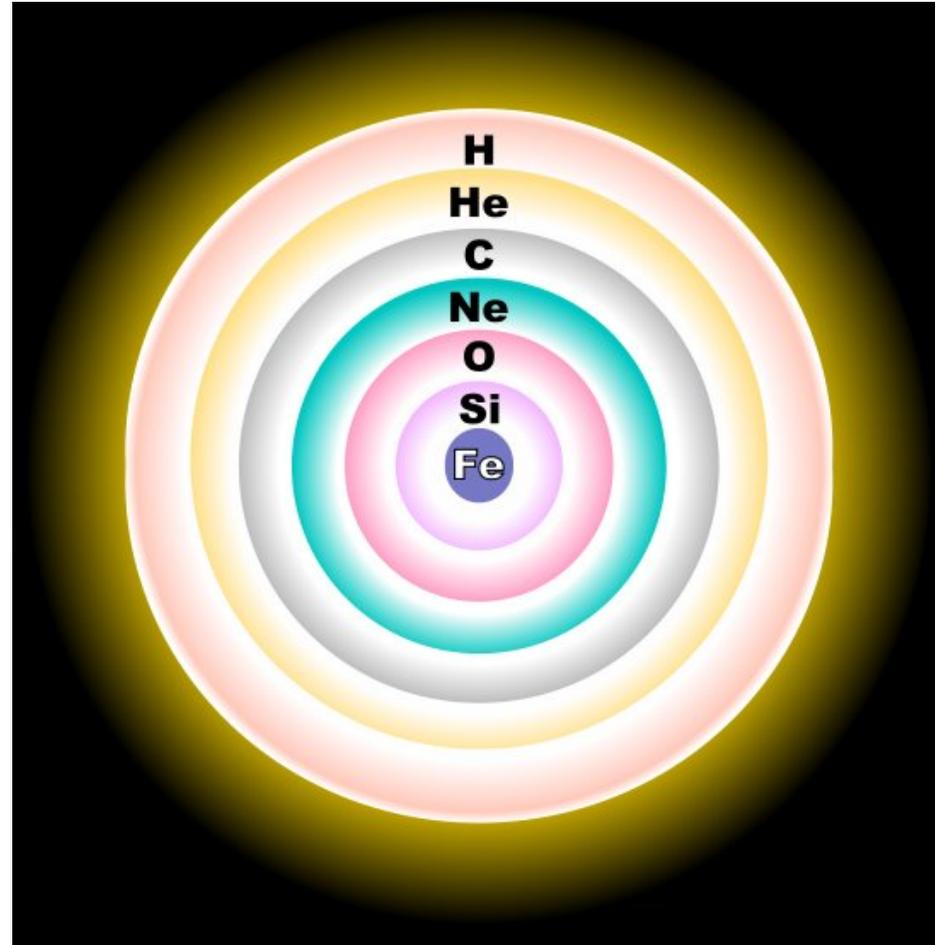


Combustión del silicio: Estas reacciones conducen al hierro y níquel



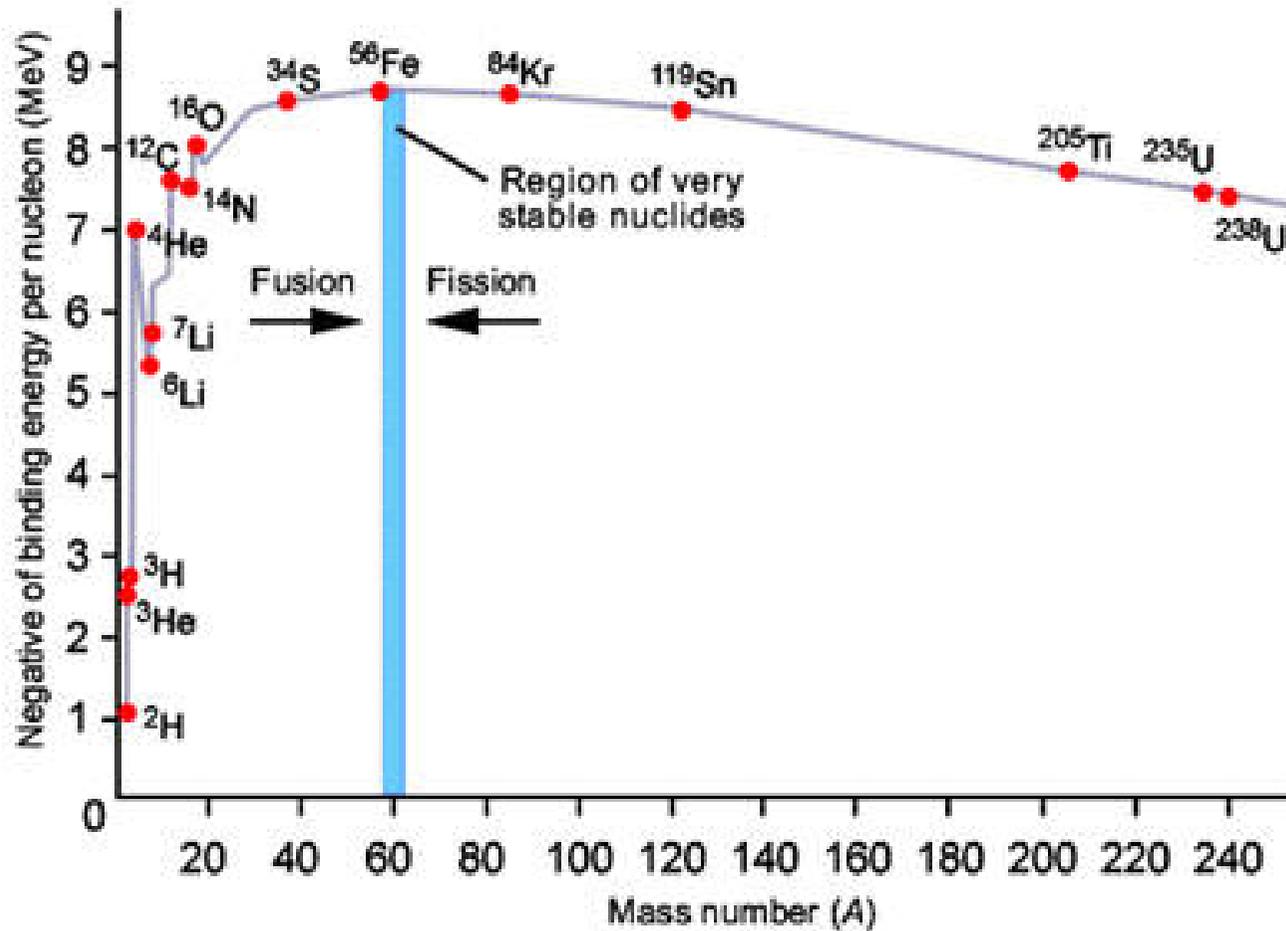
La producción de elementos más pesados que el hierro requieren poner energía, y por lo tanto no se pueden producir por reacciones termonucleares. Los elementos más pesados que el hierro se producen por captura de neutrones durante las etapas finales violentas de la evolución estelar.

El modelo de cáscaras de cebolla



En el caso de las estrellas más masivas, se alcanzan en las regiones centrales las temperaturas suficientes para que las reacciones termonucleares prosigan hasta el hierro. Allí se interrumpe el proceso ya que reacciones termonucleares entre núcleos más pesados que el hierro requerirían el suministro de energía.

Energía de ligadura por nucleón



Cuando el producto de la reacción tiene más energía de ligadura por nucleón, esta reacción produce liberación de energía. En caso contrario, sería necesario suministrar energía, esto sucede a partir del ^{56}Fe . Los elementos más pesados se producen entonces por otros mecanismos (a analizar más adelante).